

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра вычислительных методов механики деформируемого тела

Кобышева Наталья Владимировна

Магистерская диссертация

**Определение гидравлических и шумовых
характеристик трубопроводной арматуры
методами вычислительной гидрогазодинамики**

Направление 01.04.02

«Прикладные математика и информатика»

Магистерская программа «Надежность и безопасность сложных систем»

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
старший преподаватель
Чистов А. Л.

Санкт-Петербург

2018

Содержание

Введение.....	4
Глава 1. Обзор литературы.....	8
1.1 Уравнения Навье — Стокса.....	8
1.2 О вычислительных методах	8
1.3 Характеристики вычислительных методов решения	9
1.4 Метод контрольных (конечных) объемов (МКО)	12
1.5 Моделирование турбулентности	25
1.6 Методика определения гидравлического сопротивления	33
1.7 Акустика	34
Глава 2. Определение гидравлического сопротивления трубопроводной арматуры: сравнение с экспериментом.....	37
2.1 Описание детали трубопроводной арматуры	37
2.2 Построение расчетной модели задвижки	42
2.3 Построение расчетной сетки	44
2.4 Постановка задачи и проведение расчета	46
2.5 Определение коэффициента гидравлического сопротивления и статистическая обработка данных	51
2.6 Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными	52
Глава 3. Определение гидравлического сопротивления трубопроводной арматуры: внутреннее сравнение при использовании различных моделей....	54
3.1 Исследование сеточной сходимости.....	54
3.2 Постановка симметричной задачи	55
3.3 Смена используемой модели турбулентности.....	56

3.4 Методология численного определения коэффициента гидравлического сопротивления запорной арматуры.....	59
Глава 4. Определение шумовых характеристик системы на примере модельной задачи	61
4.1 Построение расчетной модели	61
4.2 Построение расчетной сетки	61
4.3 Постановка задачи и проведение расчета	63
Заключение	67

Введение

Законы сохранения массы, импульса и энергии являются основой традиционных моделей вычислительной гидрогазодинамики (Computational Fluid Dynamics – далее CFD). Эти законы записываются в виде системы дифференциальных уравнений, которая при постановке соответствующих граничных и начальных условий будет описывать ту или иную прикладную задачу. Большинство реальных задач не имеет аналитического решения, и возможно получение численного с помощью вычислительных методов и устройств.

CFD-моделирование широко используется в науке и технике и является базой для исследования множества природных явлений и технологических процессов. Изучаемые явления и их масштабы могут быть самыми разными: от обтекания скоростного поезда или крыла самолета до движения воздуха вблизи раскаленного асфальта или костра. CFD-моделирование обеспечивает детальной информацией касемо распределений скорости, давления, температуры и множества других данных, необходимых для оценки решения той или иной задачи.

CFD используется на таких этапах инженерного процесса, как:

- Концептуальные исследования новых конструкций.
- Детальная разработка продукта.
- Оптимизация.
- Обнаружение и устранение проблем.
- Изменение конструкции продукта и многое другое.

Очень важной является возможность сокращения затрат производства при использовании CFD-моделирования. Так, вместо изготовления продукта и тестирования его впервые в реальных условиях, существует возможность создания аналогичной модели для ее дальнейшего расчета и оценки полученных результатов. На основании сделанных выводов возможны

оптимизация текущего инженерного решения или разработка нового. Таким образом, CFD-моделирование является актуальным даже для процессов, уже ставших привычными в промышленности и других сферах жизни людей: наличие существующих всем известных инженерных решений далеко не всегда означает уверенность в том, что эти решения являются единственными или единственно верными.

В настоящее время течения в трубах можно назвать одними из фундаментальных и неотъемлемых явлений современного мира. Трубопроводы используются для транспортировки различных жидких или газообразных веществ, многофазных или многокомпонентных смесей. Одной из составных частей трубопровода является трубопроводная арматура. Детали трубопроводной арматуры различаются между собой по функциональному назначению, способам герметизации, областям применения, типам и множеству других параметров. Однако несмотря на то, что трубопроводы и системы, где они успешно применяются, существуют достаточно долгое время, имеются определенные трудности и связанные с ними задачи в области проектирования трубопроводной арматуры, которые можно и нужно решить для оптимизации существующих инженерных решений. Одной из таких проблем является отсутствие четких методик численного определения гидравлических и шумовых характеристик трубопроводной арматуры.

Наличие подобного рода методик необходимо по нескольким причинам. Первая – это увеличение скорости разработки изделий. При проектировании проточной части арматуры инженер-конструктор не располагает способами предсказания ее гидравлических характеристик, вследствие чего их подбор осуществляется непосредственно на практике. Такой способ является достаточно затратным за счет изготовления новых опытных образцов и за счет времени, необходимого для прохождения всего цикла инженерного процесса. Численное моделирование способно устранить эту проблему.

Второй причиной является снижение экономических затрат. Например, чем меньше гидравлическое сопротивление трубопроводной арматуры, тем меньшими становятся потери давления на участках трубопроводов. Таким образом, появляется возможность установки менее мощных насосов и, как следствие, сокращения затрат. Благодаря CFD-моделированию упрощается задача оптимизации характеристик арматуры. Например, с помощью серии численных расчетов возможно так подобрать параметры системы, чтобы минимизировать коэффициент гидравлического сопротивления запорной арматуры.

Другая причина связана с соблюдением санитарно-эпидемиологических правил и норм, регулирующих шум и вибрацию в жилых и общественных помещениях. Минимизация шума трубопроводной арматуры позволяет соблюдать действующие нормативы и снижает негативное воздействие на самочувствие людей, проживающих или работающих в этих помещениях. Помимо того, решение задач, связанных с акустикой актуальны также и для военной и промышленной отраслей.

В связи с этим целью данной работы является выработка методологии определения гидравлических и шумовых характеристик трубопроводной арматуры с применением методов CFD-моделирования. Поставлены следующие задачи: определить гидравлическое сопротивление модели трубопроводной арматуры, определить шумовые характеристики системы на примере модельной задачи, выработать методологию численного решения подобных задач.

В первой главе приведено краткое описание численных методов. Рассматриваются их компоненты, включающие основные методы интерполяции, численного интегрирования и дифференцирования. Рассмотрены свойства численных методов решения, теоретическое обоснование метода контрольных объемов, лежащего в основе CFD-моделирования. Приведены основы теории турбулентности и описание

моделей, применяющихся для решения современных задач. Описаны подходы к вычислению акустики.

Во второй главе описана пошаговая подготовка модели запорной арматуры к расчету для определения коэффициента гидравлического сопротивления и его результаты, произведено сравнение с результатами эксперимента, сформулирован вывод о возможности использования численного моделирования при решении подобных задач.

В третьей главе проводится исследование сеточной сходимости, рассматривается влияние смены модели турбулентности на получаемые результаты, проводится оценка результатов решения симметричной задачи. Сформулирована методология расчета подобных задач с рекомендациями и проверенными на практике сценариями настроек.

В четвертой главе на примере модельной задачи рассматривается подход к вычислению уровня звукового давления, формулируются выводы о применимости моделирования к определению шумовых характеристик арматуры.

В заключении сформулирован вывод о применении различных подходов к определению коэффициента гидравлического сопротивления запорной арматуры и уровня звукового давления в модельной задаче.

Глава 1. Обзор литературы

1.1 Уравнения Навье — Стокса

Движение вязкой несжимаемой жидкости можно описать системой дифференциальных уравнений в частных производных, называемых уравнениями Навье — Стокса. Эти уравнения представляют собой законы сохранения массы и импульса для сплошной среды. Законом сохранения массы в этой системе является уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho u = 0, \quad (1)$$

где ρ — плотность среды, t — время, u — скорость среды. Законом сохранения импульса является уравнение движения жидкости

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u \right] = -\nabla p + \eta \Delta u + \rho f, \quad (2)$$

где p — давление в среде, η — коэффициент динамической вязкости среды, f — массовые силы.

В общем случае решение системы уравнений Навье — Стокса не может быть получено аналитически. Возможно получение численного решения с помощью применения различных вычислительных методов и подходов.

1.2 О вычислительных методах

Основой любого вычислительного (численного) метода является математическая модель, состоящая из системы дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений в частных производных и граничных условий, описывающих конкретную задачу. В зависимости от уровня, на котором происходит описание моделей и задач, применяются разные вычислительные методы. Разделяют макроскопический, микроскопический и мезоскопический уровни. На макроскопическом уровне система

рассматривается как сплошная среда. К уравнениям, описывающим подобные задачи, относятся упомянутые выше уравнения Навье — Стокса.

После выбора математической модели следующим этапом является переход от ее непрерывного аналога к дискретному путем выбора метода дискретизации системы. Существуют различные методы, среди которых выделяют метод конечных разностей, метод конечных элементов и метод контрольных объемов. Система дифференциальных уравнений заменяется системой алгебраических уравнений, решение которой ищется среди множества дискретных точек пространства и времени. Для этого используется расчетная сетка, которая является дискретной интерпретацией геометрической области рассматриваемой задачи и делит эту область на конечное число ячеек. Для различных задач выдвигаются различные требования к сетке.

Каждый численный метод должен корректно решать поставленную задачу. В связи с этим выделяют ряд свойств и критериев, по которым можно судить о качестве решения.

1.3 Характеристики вычислительных методов решения

Дискретизация

Дискретизацией называется процесс преобразования непрерывной функции в дискретную, имеющую значения в определенных точках пространства. В связи с этим дискретизация осуществляется тем точнее, чем более мелкой является расчетная сетка. Разность между решением системы дискретизованных уравнений и точным решением исходной системы дифференциальных уравнений принято называть погрешностью вычислительного метода. В общем случае для ее оценки применяется замена всех значений дискретной аппроксимации в узлах разложением в ряд Тейлора функции в каждой отдельной точке. В качестве результата восстанавливается оригинальное дифференциальное уравнение плюс остаточный член, который

и позволяет оценить погрешность метода. При устремлении интервала сетки Δx_i и шага по времени Δt к нулю погрешность метода также должна стремиться к нулю.

Некоторые методы дискретизации приводят к погрешностям, являющимися функциями отношения $\Delta x_i/\Delta t$. В этом случае для достижения точности должно выполняться следующее условие:

$$\lim_{\substack{\Delta x_i \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta x_i}{\Delta t} = 0.$$

Точность аппроксимации не означает, что решение дискретизованной системы уравнений при неограниченном уменьшении размера шага будет являться точным решением дифференциального уравнения, но возможно сделать его максимально приближенным к нему. Для этого необходима устойчивость численного метода.

Устойчивость и сходимость

Численный метод считается устойчивым, если при его применении появляющиеся в процессе решения ошибки не имеют тенденции увеличиваться и накапливаться. Для итерационных методов понятие устойчивости означает, что последовательное решение с каждой итерацией не расходится, т.е. обладает свойством сходимости: решение дискретизованных уравнений стремится к точному решению дифференциальных уравнений при стремлении интервала сетки к нулю.

Если метод устойчив и, если все аппроксимации, используемые в процессе дискретизации, точны, решение будет стремиться к независящему от размера сетки решению.

Выполнение законов сохранения (консервативность)

Поскольку в основе CFD-моделирования лежат законы сохранения, то численная схема должна соблюдать эти законы и на локальном, и на глобальном уровнях. При решении задачи в стационарной постановке

количество вещества, импульса и энергии, входящих в замкнутый объем, равно количеству вещества, покидающего его (если отсутствуют внутри объема источники или стоки). Метод контрольных объемов, используемый в CFD-моделировании, гарантирует выполнение законов сохранения как для каждого индивидуального контрольного объема, так и для расчетной области в целом. Другие методы дискретизации могут быть не столь точны в выполнении законов сохранения.

Ограничения при расчете

Результаты численного расчета должны лежать в пределах разумных с точки зрения физики границ. Физически неотрицательные параметры, такие как абсолютное давление, плотность, кинетическая энергия турбулентности и др. должны всегда иметь положительные (включая нуль) значения. Такие параметры, как массовая или мольная доля, должны лежать в интервале между 0 и 100%. В отсутствие источников некоторые уравнения (например, уравнение теплопроводности для температуры) требуют, чтобы минимальные и максимальные значения переменной находились в диапазоне величин, заданных на границах области.

Соблюдение этих ограничений трудно гарантировать. Только некоторые схемы первого порядка аппроксимации гарантируют соблюдение этих условий. Схемы более высокого порядка могут приводить к неограниченному колебанию результатов решения. Результаты, выходящие за пределы разумных ограничений, являются показателем необходимости совершенствования сетки.

Точность

Как было сказано выше, вычислительные методы дают только приближенные решения. В дополнение к ошибкам, которые могут быть допущены в ходе разработки алгоритма решения или в ходе постановки

граничных условий, результаты численных решений включают три вида систематических ошибок:

- ошибки моделирования: представляют разность между реальной физической величиной и результатом решения уравнения математической модели;
- ошибки дискретизации: представляют разность между точным решением дифференциальных уравнений и точным решением алгебраической системы уравнений, полученных в результате дискретизации дифференциальных уравнений;
- ошибки итерационного процесса: представляют разность между итерационным и точным решением системы алгебраических уравнений.

Важно знать о существовании этих ошибок и уметь отличать их друг от друга для правильной и своевременной диагностики численного расчета. Кроме того, различные ошибки могут компенсировать друг друга таким образом, что решение, полученное на крупной сетке, будет коррелировать с экспериментом лучше, чем решение, полученное на более мелкой сетке.

1.4 Метод контрольных (конечных) объемов (МКО)

Введение

Метод контрольных объемов лежит в основе множества инженерных CFD-пакетов для решения задач гидрогазодинамики. При использовании данного метода область решения делится сеткой на конечное число небольших контрольных объемов. В качестве отправной точки метод использует интегральную форму уравнения переноса (конвекции-диффузии)

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} d\Omega + \oint_S \rho \varphi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \oint_S \Gamma \operatorname{grad} \varphi \cdot \mathbf{n} dS + \int_{\Omega} q_{\varphi} d\Omega, \quad (3)$$

где φ – некоторая переменная, Ω – произвольный контрольный объем, \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности S контрольного объема, Γ – коэффициент

диффузии, q_φ – источниковый член. Уравнение (3) получается после интегрирования уравнений Навье — Стокса по произвольному контрольному объему Ω и замены объемных интегралов поверхностными согласно теореме Гаусса — Остроградского.

В левой части уравнения (3) первый член описывает изменение переменной φ по времени (нестационарный член), второй член представляет собой конвективный поток переменной φ через поверхность контрольного объема. В правой части первое слагаемое представляет собой диффузионный поток, второй – источниковый член, описывающий «производство» или «уничтожение» переменной φ внутри контрольного объема Ω .

При использовании классического МКО необходимо определить границы контрольных объемов и назначить вычислительный узел внутри каждого из них (точку, в которой будут определяться значения неизвестных величин). Возможны два подхода.

Первый подход подразумевает, что контрольные объемы совпадают с ячейками расчетной сетки. Такой подход применяется в пакете ANSYS Fluent. Также, для структурированных сеток имеется возможность сначала задать расположение узлов, а затем создать контрольные объемы вокруг них так, чтобы границы контрольного объема лежали посередине межузлового расстояния (см. рисунок 1). На представленных ниже рисунках узлы, на которые наложены граничные условия, закрашены черным цветом.

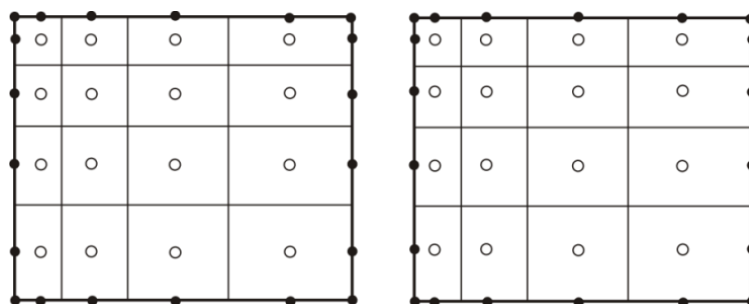


Рисунок 1 – Типы сеток МКО: сетки с узлами, расположенными в центре контрольных объемов (слева), и сетки с гранями контрольных объемов, расположенными посередине между узлами (справа) [1]

Преимущество сеток с узлами в центре контрольных объемов состоит в том, что значение в узле в этом случае может быть вычислено с более высокой точностью (второго порядка), чем во втором варианте, так как узел расположен в средней точке контрольного объема. Однако, аппроксимации производных по граням контрольного объема более точны на грани между двумя узлами, что является преимуществом второго варианта – сеток с гранями, расположенными между узлами. Тем не менее, на практике чаще используется первый вариант.

Второй подход подразумевает, что вычислительные узлы совпадают с узлами расчетной сетки. Такой подход применяется в пакете ANSYS CFX. Вокруг узлов выстраиваются контрольные объемы таким образом, чтобы их вершинами являлись или центры ячеек расчетной сетки, или центры ячеек и граней. Разница между подходами изображена на рисунке 2.

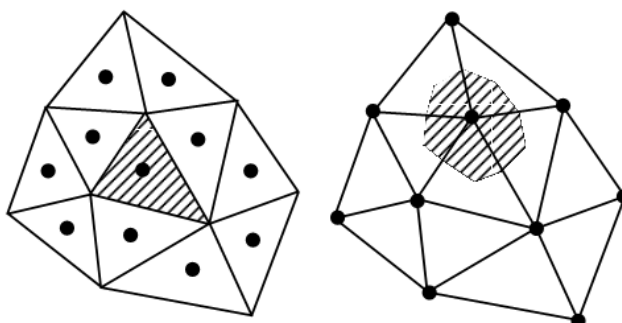


Рисунок 2 – Типы сеток МКО: с контрольными объемами, совпадающими с ячейками расчетной сетки (слева), и с контрольными объемами, выстроенными вокруг узлов расчетной сетки

Принципы дискретизации являются одними и те же для всех подходов. Однако необходимо принять во внимание разницу между расположениями узлов в пределах объема интегрирования. Интегральное уравнение сохранения (3) относится и к каждому контрольному объему, и к области решения в целом. Для выполнения уравнения сохранения необходимо, чтобы контрольные объемы не накладывались друг на друга. Если мы суммируем уравнения для всех контрольных объемов, мы получаем единое уравнение сохранения, так как поверхностные интегралы по внутренним граням

контрольных объемов компенсируют друг друга. Таким образом, глобальный закон сохранения встроен в МКО, что является одним из его основных преимуществ.

Определение аппроксимированных значений

Поток некоторой величины через границу контрольного объема – это сумма интегралов по четырем (в двумерном случае) или шести граням (в трехмерном случае) контрольного объема:

$$\oint_S f dS = \sum_k \int_{S_k} f dS, \quad (4)$$

где f – компонент конвективного $\rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ или диффузионного $\Gamma \text{grad } \phi \cdot \mathbf{n}$ вектора, направленный по нормали к грани контрольного объема, k – индекс поверхности контрольного объема.

На рисунках 3 и 4 показаны примеры двумерных и трехмерных контрольных объемов в декартовой системе координат. Поверхность контрольного объема состоит из четырех (в двумерной постановке) или шести граней (в трехмерной постановке), обозначенных строчными буквами, соответствующими их направлению (e , w , n , s , t , и b) относительно центрального узла (P). Двумерный вариант является частным случаем трехмерного, в котором на зависимые переменные не оказывает влияние координата z . В дальнейшем будет рассмотрена только грань ' e ' двумерного контрольного объема. Для нее будут составлены уравнения, позволяющие определить поток через границу контрольного объема. Аналогичные уравнения могут быть получены для всех других граней путем подстановки соответствующих индексов в выражения.

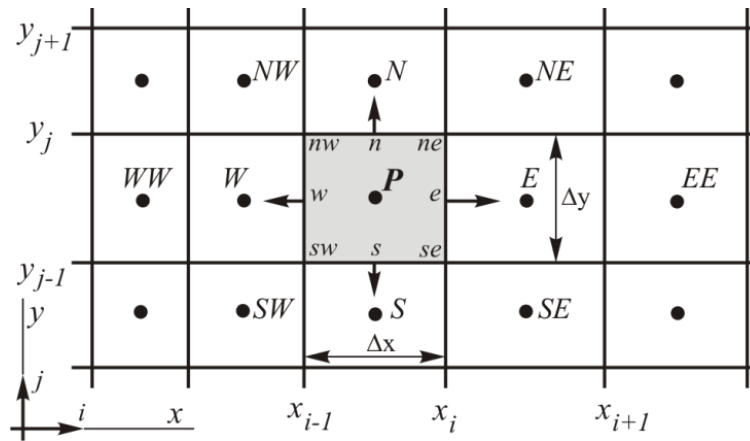


Рисунок 3 — Типовой двухмерный контрольный объем в декартовой системе координат

[1]

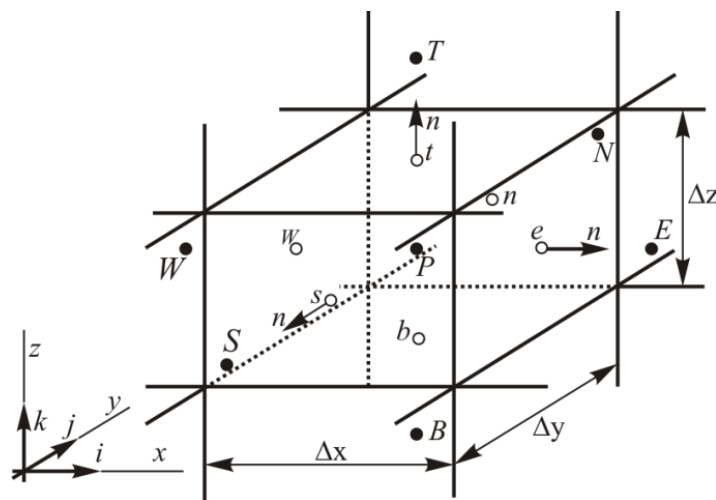


Рисунок 4 — Типовой трехмерный контрольный объем

в декартовой системе координат [1]

Чтобы точно вычислить интеграл по поверхности в уравнении (4), нужно знать значения подынтегрального выражения f по всей поверхности S_k . Как только значения φ будут вычислены в узлах (в центрах контрольных объемов), возможна аппроксимация значений поверхностных интегралов. Она осуществляется в два этапа:

- значения переменной на грани аппроксимируются исходя из значений в узлах (центрах контрольных объемов), прилегающих к грани;
- значение интеграла аппроксимируются исходя из значений переменной в одной или нескольких точках на грани.

Самой простой аппроксимацией значения поверхностного интеграла является правило середины: интеграл аппроксимируется как произведение

подынтегрального выражения в центре грани (значение f не известно в центре грани 'e' и оно получается интерполяцией) и площади поверхности грани:

$$F_e = \int_{S_e} f dS = \bar{f}_{eS_e} \approx f_{eS_e}.$$

Такая аппроксимация имеет второй порядок точности. Другая аппроксимация второго порядка поверхностного интеграла для двухмерного случая – правило трапеций:

$$F_e = \int_{S_e} f dS \approx \frac{S_e}{2} (f_{ne} + f_{se}).$$

В этом случае необходимо оценить поток в углах контрольного объема.

Для аппроксимации более высокого порядка поверхностных интегралов поток должен быть оценен более чем в двух точках. Аппроксимация четвертого порядка (правило Симпсона) оценивает интеграл по S_e как:

$$F_e = \int_{S_e} f dS \approx \frac{S_e}{6} (f_{ne} + 4f_e + f_{se}).$$

В этом случае значения f необходимо знать в трех точках: в центре грани 'e' и двух углах 'ne' и 'se'. Для сохранения точности четвертого порядка эти значения должны быть получены достаточно точной интерполяцией узловых значений (подобно правилу Симпсона). В трехмерном случае правило середины является самой простой аппроксимацией второго порядка.

Аппроксимация интегралов по объему

Некоторые переменные в исходных дифференциальных уравнениях требуют интегрирования по всему контрольному объему. Простейшая аппроксимация второго порядка точности заменяет интеграл по объему произведением среднего значения подынтегрального выражения и объема ячейки:

$$Q_P = \int_{\Omega} q \, d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx q_P \Delta\Omega,$$

где q_P – значение величины q в центре контрольного объема. Это значение легко вычисляется, так как все переменные доступны в узле P , что избавляет от необходимости интерполяции. Если q является постоянной величиной или изменяется линейно в пределах контрольного объема, данная аппроксимация становится точной. В противном случае она содержит ошибку второго порядка.

Аппроксимация более высокого порядка требует значений q в большем количестве точек. Эти значения могут быть получены интерполяцией значений в узлах, например, с использованием функций формы.

В двумерной постановке объемный интеграл становится интегралом по поверхности. Аппроксимация четвертого порядка может быть получена при использовании биквадратичной функции формы

$$q(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy + a_6x^2y + a_7xy^2 + a_8x^2y^2. \quad (5)$$

Девять коэффициентов a в формуле (5) находятся путем аппроксимации по значениям q в девяти точках ('nw', 'w', 'sw', 'n', P , S , 'ne', 'e' и 'se', см. рисунок 3), в этом случае интеграл может быть вычислен. В двумерном случае интегрирование дает (для сеток в декартовой системе координат)

$$Q_P = \int_{\Omega} q \, d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx \Delta x \Delta y \times \left[a_0 + \frac{a_3}{12} (\Delta x)^2 + \frac{a_4}{12} (\Delta y)^2 + \frac{a_8}{144} (\Delta x)^2 (\Delta y)^2 \right].$$

В этом случае нужно определить только четыре коэффициента, но они зависят от значений q во всех девяти упомянутых выше точках. На равномерной сетке в декартовой системе координат

$$Q_P = \frac{\Delta x \Delta y}{36} [16q_P + 4q_s + 4q_n + 4q_w + 4q_e + 4q_{se} + 4q_{sw} + 4q_{ne} + 4q_{nw}].$$

Так как имеется значение только в узле P , для получения значений q в других точках необходима интерполяция, которая должна иметь, по крайней мере, четвертый порядок точности для сохранения точности аппроксимации интеграла.

Вышеупомянутая аппроксимация четвертого порядка интеграла по объему в двумерном случае может использоваться для того, чтобы аппроксимировать поверхностные интегралы в трехмерной постановке. Аппроксимации более высокого порядка объемных интегралов в трехмерном случае являются более сложными, но могут быть найдены при использовании тех же самых методов.

Интерполяция и методы дифференцирования

Аппроксимации интегралов требуют значений переменных в дополнительных точках, кроме узлов (центров контрольных объемов). Подынтегральное выражение включает произведение нескольких переменных и их градиентов: $\rho \varphi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ для конвективного потока и $\Gamma \text{grad } \varphi \cdot \mathbf{n}$ для диффузионного потока. Если предположить, что поле скоростей и свойства жидкости известны во всех точках, то для вычисления конвективных и диффузионных потоков необходимо знать значение φ и ее градиента, нормального к грани ячейки, в одной или более точках на поверхности контрольного объема. Интегралы по объему источников членов могут также требовать эти значения; они должны быть выражены интерполяцией через значения в узлах. Среди существующих методов интерполяции выделяют интерполяцию против потока (UD), линейную интерполяцию (CD), квадратичную интерполяцию против потока (QUICK), а также другие схемы.

Реализация граничных условий

Для каждого контрольного объема формулируется одно алгебраическое уравнение. Интегралы по объему и поверхности вычисляются одинаковым образом для каждого внутреннего контрольного объема, но потоки через грани контрольного объема, совпадающие с границей области, требуют специального разрешения. Эти потоки должны быть либо известны, либо быть выражены комбинацией внутренних значений и граничных условий. Поскольку они не дают дополнительных уравнений, то они не должны включать дополнительных неизвестных. Вне границ расчетной области нет узлов, поэтому соответствующие интерполяции должны быть основаны на односторонних разностях или экстраполяциях. Во избежание использования односторонних разностей вводят фиктивные контрольные объемы за границей (т. н. ghost cells или mirror cells).

Конвективные потоки, как правило, непосредственно заданы на входной границе, через которую осуществляется приток среды в расчетную область. На непроницаемых стенках и плоскостях симметрии конвективные потоки равны нулю. На выходных границах обычно задаются нулевые нормальные градиенты, и в этом случае могут использоваться противопоточные аппроксимации. Диффузионные потоки иногда могут задаваться на стенке, например, в случае определенного потока теплоты (включая частный случай адиабатической поверхности с нулевым потоком теплоты). Также на стенке могут быть заданы граничные значения переменных; в этом случае диффузионные потоки могут быть вычислены с использованием односторонних аппроксимаций для нормальных градиентов. Если же задан градиент, он используется для вычисления потока. Аппроксимация для потока может быть записана через узловые значения, чтобы вычислить граничное значение переменной.

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Суммируя все аппроксимации потоков и источниковых членов, составляется алгебраическое уравнение, связывающее переменное значение в центре контрольного объема со значениями в нескольких соседних контрольных объемах. Число уравнений и неизвестных равно числу контрольных объемов. Таким образом система является замкнутой.

В настоящее время для решения системы алгебраических уравнений используется две группы методов. Методы сопряженных градиентов (CG – Conjugated Gradients) основаны на отыскании многомерной векторной функции для минимизации невязки, возникающей после подстановки приближенного решения в СЛАУ. Более перспективными являются многосеточные методы. Как правило, на практике используется алгебраический многосеточный метод, AMG (Algebraic Multi-Grid). В некоторых программах используются специализированные упрощенные алгоритмы, например, трехдиагональный алгоритм Томаса (TDMA – Tri-Diagonal Matrix Algorithm), известный в отечественной литературе под названием «метод матричной прогонки», а также метод Гаусса — Зейделя [1,2,3,4,5].

В процессе решения для повышения устойчивости и сходимости чаще всего применяется релаксация [3,4] – ограничение на изменение переменной в течение итерации

$$\varphi^i = \varphi^{i+1} + \alpha \Delta \varphi,$$

где α – коэффициент релаксации, как правило имеющий значение от нуля до единицы, i – номер итерации. Подробное изложение этого раздела приведено в [1].

Процедура расчета

Основная сложность расчета связана с определением поля скоростей при неизвестном поле давления. Градиент давления составляет часть источникового члена уравнений количества движения. Однако уравнение для

явного определения давления в решаемую систему не входит, поэтому поле давлений определяется уравнением неразрывности: в него подставляются дискретные аналоги уравнений для скорости, таким образом получается дискретное уравнение для определения давления.

Существует еще проблема, заключающаяся в выражении для градиента давления. При записи значений выражений членов dp/dx , dp/dy , dp/dz , проинтегрированных по контрольному объему через центрально-разностные аппроксимации, в дискретные аналоги войдут только разности давлений в контрольных объемах, соседних с рассматриваемым, P ($p_W - p_E$, $p_S - p_N$, $p_B - p_T$). Значение давления в рассматриваемом контрольном объеме p_P в дискретные аналоги не войдет. Это приводит к неоднозначности решения – дискретным аналогам уравнений может удовлетворять как однородное, так и зигзагообразное поле давления. Для устранения этого эффекта в ранних методах применялась так называемая шахматная сетка, в которой контрольные объемы для расчета компонент скорости смещаются относительно базового контрольного объема, который используется для расчета давления. Такую процедуру сложно использовать на произвольных неструктурированных сетках, вместо нее используются сложные схемы аппроксимации градиентов, как, например, схема Рай — Чоу [6].

Один из алгоритмов решения системы уравнений, SIMPLE, выглядит следующим образом:

1. Задается (или берется с предыдущей итерации) начальное поле давлений p^* .
2. Находится решение дискретных аналогов уравнения для количества движения, из которых определяются начальные значения скоростей u^* , v^* , w^*

$$a_P u_P^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + \frac{\partial p}{\partial x} (p_P^*, p_{nb}^*),$$

$$a_P v_P^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + \frac{\partial p}{\partial y} (p_P^*, p_{nb}^*),$$

$$a_P w_P^* = \sum a_{nb} w_{nb}^* + b + \frac{\partial p}{\partial z}(p_P^*, p_{nb}^*).$$

Вид конкретных выражений для коэффициентов a зависят от используемой схемы интерполяции. Первые слагаемые в правых частях представляют собой суммирование по соседним контрольным объемам (какие контрольные объемы учитываются также зависит от схемы интерполяции). Коэффициент b является дискретной аппроксимацией источникового члена (за вычетом градиента давления), выраженной через значения скорости на предыдущем шаге; $\frac{\partial p}{\partial x}(p_P^*, p_{nb}^*)$, $\frac{\partial p}{\partial y}(p_P^*, p_{nb}^*)$, $\frac{\partial p}{\partial z}(p_P^*, p_{nb}^*)$ – аппроксимации градиентов давления на основе значений с предыдущей итерации.

Определяется поправка давления из уравнения

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_S p'_S + a_N p'_N + a_T p'_T + a_B p'_B + b.$$

3. Определяется поле давления, удовлетворяющее дискретному аналогу уравнения неразрывности: $p = p^* + p'$. На этом этапе для обеспечения устойчивости алгоритма может использоваться коэффициент релаксации α_P :

$$p = p^* + \alpha_P p'.$$

4. Для нахождения уточненных значений скоростей u , v и w определяются поправки u' , v' и w' из соотношений

$$a_P u'_P = \frac{\partial p}{\partial x}(p'_P, p'_{nb}),$$

$$a_P v'_P = \frac{\partial p}{\partial y}(p'_P, p'_{nb}),$$

$$a_P w'_P = \frac{\partial p}{\partial z}(p'_P, p'_{nb}).$$

Полученные значения скоростей $u = u^* + u'$, $v = v^* + v'$, $w = w^* + w'$ теперь удовлетворяют дискретному аналогу уравнения неразрывности. На этом этапе для обеспечения устойчивости итерационного процесса может вводиться коэффициент релаксации α , тогда $u = u^* + \alpha u'$, $v = v^* + \alpha v'$, $w = w^* + \alpha w'$.

5. При необходимости решается дискретный аналог уравнения сохранения энергии, из которого определяется распределение температуры T и обновляются свойства среды, зависящие от нее (λ , μ , c_p , R).

6. Решаются дискретные аналоги уравнений для параметров турбулентности и вычисляется распределение турбулентной вязкости μ_T .

Приведенный алгоритм известен под названием SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) – полунявный метод для уравнений, связанных по давлению [1,3,5]. «Полунявный» означает, что при выводе уравнений для поправок скорости отбрасываются члены вида $\sum a_{nb} u'_{nb}$, что не влияет на сходимость и конечное решение [1,3,5].

Метод SIMPLE относится к так называемым расщепляющим или несопряженным методам: уравнение для определения давления решается отдельно от уравнений для определения скоростей. Сопряженные методы подразумевают одновременное решение уравнений для определения скоростей и давления (или плотности, т.к. для сжимаемых течений она предпочтительнее в качестве независимой переменной). Сопряженные методы сложнее в реализации, однако они обеспечивают более быструю сходимость решения.

В качестве критерия сходимости решения чаще всего используется понятие невязки. Пусть для дифференциального уравнения $L(\varphi) = 0$ было найдено приближенное решение $\tilde{\varphi}$, в этом случае невязкой будет называться величина $R = L(\tilde{\varphi})$. Чем ближе значение невязки к нулю, тем ближе полученное численное решение к точному решению исходной системы уравнений.

Вместо невязки дифференциальных уравнений в качестве критерия сходимости часто используется невязка итерационного процесса – нормированная разность средневзвешенных или максимальных значений параметров течения между двумя последовательными итерациями.

Условием завершения расчета на практике часто является достижение значениями невязок некоторого заданного малого числа, обычно в пределах

$1 \cdot 10^{-3} \dots 1 \cdot 10^{-4}$ [1,3,5]. При использовании невязок итерационного процесса в качестве контроля сходимости более правильным подходом определения сходимости является не проверка достижения невязками некоторой априорно заданной величины, а контроль их качественного поведения. Процесс решения считается сошедшимся, если значения невязок практически не изменяются от итерации к итерации.

1.5 Моделирование турбулентности

Течения жидкостей и газов можно разделить на две принципиально различающихся группы: ламинарные и турбулентные. Ламинарные характеризуются относительно спокойным перемещением слоями без пульсаций. Для турбулентных характерны хаотическое изменение скорости и давления, перемешивание и неупорядоченность во времени и пространстве. В реальной жизни течения жидкости и газа носят чаще всего турбулентный характер. Построение математической модели, которая будет наиболее близка к реальному физическому турбулентному процессу, является важным и сложным вопросом. Такая модель должна основываться на минимальном количестве допущений и достаточно точно решать поставленную задачу.

Общие сведения о турбулентности

О. Рейнольдс после проведения серии опытов обнаружил, что переход из ламинарного движения в турбулентное осуществляется по достижению некоторого критического значения, которое в дальнейшем получило его имя – число Рейнольдса.

Число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции к силам внутреннего трения (вязкости) среды:

$$Re = \frac{\rho u D}{\eta},$$

где D – характеристическая длина (например, гидравлический диаметр).

Поток считается ламинарным, если число Рейнольдса меньше некоторого критического значения: $Re < Re_{кр}$; преобладающими силами в этом случае являются силы трения. При числах $Re > Re_{кр}$ течение является турбулентным, определяющее влияние на поток оказывают силы инерции. В качестве критерия перехода от ламинарного режима течения к турбулентному и обратно число Рейнольдса работает для течений без градиента давления. В противном случае переход от одного режима течения к другому может либо затягиваться, либо наступать раньше в зависимости от градиента. Значение $Re_{кр}$ в разных случаях разное: для течения в круглой трубе $Re_{кр} \approx 2300$, для внешнего обтекания $Re_{кр} > 1.5 \cdot 10^6$ и др. Отличие значений $Re_{кр}$ друг от друга на несколько порядков связано с разными характерными размерами области в том или ином случае. Конкретное значение $Re_{кр}$ зависит в первую очередь от класса течения. Выделяют три класса сдвиговых течений:

1. Течения с твердыми стенками, или ограниченные течения, такие как течения с пограничным слоем и развитые течения в каналах;
2. Неограниченные течения, такие как затопленные струи и следы;
3. Падающие струи, т.е. струи, натекающие на преграду.

Значение скорости течения в данной точке пространства можно представить в виде

$$u = U + u',$$

где $U = \bar{u}$ – осредненная по времени составляющая, u' – пульсационная составляющая. На рисунке 5 изображено изменение скорости со временем.

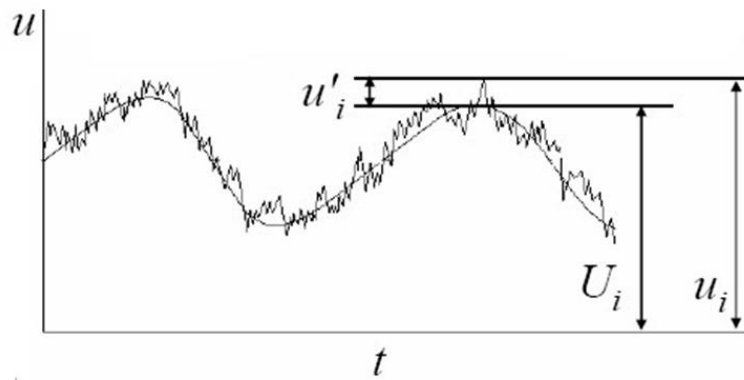


Рисунок 5 – Изменение локальной скорости турбулентного течения со временем

Одной из характеристик турбулентного потока является интенсивность турбулентности (критерий Кармана)

$$Ka = \frac{\overline{u'^2}}{U}.$$

Для вывода формулы турбулентного трения на рисунке 6 рассмотрим элементарную площадку $d\sigma = dx \cdot 1$, параллельную линии тока осредненного движения, находящейся на расстоянии y от нижней стенки трубы. Через эту площадку проходят линии тока пульсационного движения и переносят количества движения смежных слоев, расположенных как сверху, так и снизу от площадки на некотором расстоянии $l'/2$, причем скоростью переноса служит поперечная к осредненному потоку пульсационная скорость u' .

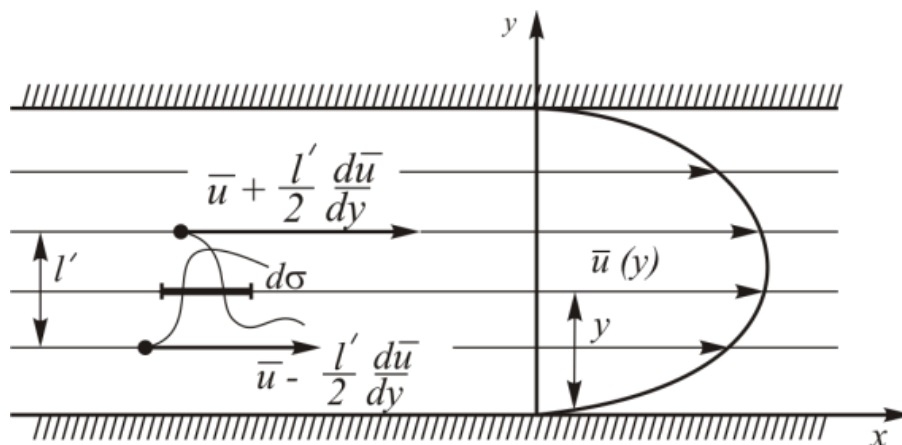


Рисунок 6 – Профиль скорости течения в трубе (вывода формулы турбулентного трения)

Касательное напряжение турбулентного трения обозначим τ . Определим его как осредненную по времени проекцию на ось OX отнесенного к единице площади секундного переноса количества осредненного турбулентного

движения через расположенную вдоль линии тока площадку. Примем за $\tau d\sigma$ силу трения, приложенную от верхнего слоя к нижнему. Будем считать количество движения, прошедшее из верхнего слоя в нижний, приобретенным (положительным), а количество движения, перенесенное из нижнего слоя в верхний, потерянным (отрицательным). Тогда

$$\tau d\sigma = \rho u' \left[\overline{\bar{u} \left(y + \frac{l'}{2} \right)} - \overline{\bar{u} \left(y - \frac{l'}{2} \right)} \right] d\sigma.$$

Производя приближенную замену

$$\bar{u} \left(y \pm \frac{l'}{2} \right) = \bar{u}(y) \pm \frac{l'}{2} \frac{d\bar{u}}{dy}$$

и некоторые сокращения, получим

$$\tau = \rho \overline{u'l'} \frac{d\bar{u}}{dy} = \eta_t \frac{d\bar{u}}{dy} = \rho \nu_t \frac{d\bar{u}}{dy}. \quad (6)$$

Величина $\rho \overline{u'l'} = \eta_t$ является динамическим коэффициентом турбулентной вязкости, $\nu_t = \frac{\eta_t}{\rho} = \overline{u'l'}$ – кинематическим коэффициентом турбулентной вязкости.

Формула (6) носит название формулы Буссинеска. Величина η_t , в отличие от молекулярной вязкости η , не является характерной постоянной жидкости; кроме того, для ее определения нужны дополнительные теоретические обоснования. Прандтль придал величине l' физический смысл, подобный длине свободного пути пробега молекул. Он высказал предположение, о том, что, подобно молекулярному обмену, при турбулентном обмене конечный объем жидкости, выйдя из слоя, находящегося на некотором расстоянии от данного, сохраняет свое осредненное количество движения до тех пор, пока не достигнет рассматриваемого слоя. Именно здесь он смешивается с окружающей жидкостью, отдав ей всю разницу количеств движения. Расстояние от слоя выхода объема до слоя смешения Прандтль назвал путем смешения. Таким образом, данная теория получила название теории пути смешения.

Согласно Прандтлю, нормальная к линиям тока осредненного движения пульсация скорости пропорциональна разности скоростей между слоями (\sim символ пропорциональности)

$$u' \sim l' \frac{d\bar{u}}{dy}.$$

Подставляя это выражение в формулу (6), производя осреднение и включая коэффициент пропорциональности в новую величину l , получим формулу Прандтля

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2.$$

Параметр l пропорционален пути смешения l' , характеризует геометрическую структуру турбулентности потока и является масштабом турбулентности.

Свойства турбулентных течений

В турбулентных течениях мгновенные значения некоторой переменной φ можно представить в виде суммы

$$\varphi(t) = \Phi + \varphi'(t), \quad (7)$$

где Φ – осредненное значение φ , а $\varphi'(t)$ – пульсация. Двумя наиболее распространенными способами осреднения являются осреднение по времени и по пространству [4]. Осреднение по времени определяется в виде

$$\Phi = \frac{1}{2\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \varphi(t) dt,$$

где величина Δt должна быть одновременно достаточно большой по сравнению с временным масштабом турбулентных пульсаций и достаточно малой по сравнению с периодом колебаний осредненного параметра. Осреднение по пространству определяется в виде

$$\Phi = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi_k,$$

где φ_k – значения, полученные в N экспериментах с одинаковыми условиями. Предположение о том, что для квазистационарных систем обе процедуры осреднения приводят к одинаковым результатам, известно, как эргодическая гипотеза.

При подстановке выражения (7) в уравнения переноса возникают члены вида $\overline{u'v'}$. Осреднение по времени выражения

$$\frac{\partial}{\partial y} uv = \frac{\partial}{\partial y} [(U + u')(V + v')] = \frac{\partial}{\partial y} UV + u' \frac{\partial V}{\partial y} + v' \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} u'v'$$

приводит к следующему результату:

$$\frac{\partial}{\partial y} \overline{uv} = \frac{\partial}{\partial y} UV + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'}.$$

Члены вида $\overline{u'v'}$ называются турбулентными напряжениями или напряжениями Рейнольдса, также их называют корреляциями второго порядка. Члены вида $\overline{u'^2 v'}$ называют корреляциями третьего порядка. Кинетическая энергия турбулентности представима в виде

$$k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2}.$$

Турбулентность считается изотропной, если она не преобладает в каком-либо одном из направлений: $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$. В этом случае кинетическая энергия турбулентности может быть определена как:

$$k = \frac{3}{2} \overline{u'^2}.$$

При решении задач, включающих в себя турбулентные течения, существует необходимость или в выражении корреляций через параметры потока, или в решении дополнительных уравнений переноса для соответствующих корреляций.

Уравнения Рейнольдса

Для осредненных по времени параметров турбулентных течений справедливы те же уравнения Навье — Стокса, которые описывают ламинарное движение, но с поправкой на появление в правой части дополнительных слагаемых — описанных выше напряжений Рейнольдса. Двумерный турбулентный поток описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nabla(\nu \nabla U) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \overline{u'^2} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = \nabla(\nu \nabla V) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \overline{v'^2} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla(\alpha \nabla T) - \frac{\partial}{\partial x} \overline{T'u'} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{T'v'}, \quad (11)$$

где (11) является уравнением переноса энергии. Система уравнений (8) – (11) называется уравнениями Рейнольдса. При устремлении напряжений Рейнольдса к нулю уравнения (8) – (11) сводятся к соответствующей системе уравнений для ламинарных течений. Напряжения Рейнольдса характеризуют именно турбулентные течения. Определение этих величин с достаточной точностью представляет собой серьезную задачу при исследовании турбулентных течений.

Без каких-либо предположений относительно турбулентных напряжений $\overline{u'v'}$ и ввода для них дополнительных уравнений система уравнений (8) – (11) остается незамкнутой. Для замыкания системы уравнений разработаны различные модели турбулентности.

Модели турбулентности и их классификация

В настоящий момент существует большое количество различных моделей турбулентности, отличающиеся друг от друга сложностью решения и точностью описания течения.

1. *Алгебраические модели* используют аппроксимацию турбулентной вязкости Буссинеска для вычисления тензора напряжений Рейнольдса как произведение турбулентной вязкости и усредненного тензора скоростей деформации. Пример: модель Болдуина-Ломакса.

2. *Модели с одним уравнением (или однопараметрические модели)* основаны на решении дифференциального уравнения, аппроксимирующего реального распределения удельной кинетической энергии турбулентных пульсаций k . Пример: модель Спаларта-Аллмараса.

3. *Модели с двумя уравнениями (или двухпараметрические модели)* имеют уравнение для расчета линейного масштаба турбулентности (или его эквивалента). Пример: $k - \varepsilon$ модель, содержит уравнение переноса кинетической энергии турбулентности k и уравнение переноса скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε .

4. *Модели напряжений Рейнольдса* напрямую решают шесть дополнительных уравнений переноса напряжений Рейнольдса.

5. *Прямое численное моделирование (DNS)* подразумевает полное решение уравнений Навье — Стокса в зависимости от времени.

6. *Моделирование крупных вихрей (LES)* основано на описании больших вихрей непосредственно уравнениями Навье — Стокса, а малых вихрей, чей размер не превышает размеров ячейки сетки, — с помощью специальных моделей турбулентности.

При выборе подходящей модели турбулентности необходимо руководствоваться следующими критериями:

– модель должна быть протестирована для рассматриваемого класса задач, чтобы предоставить качественное и количественное описание турбулентных эффектов;

– модель должна быть простой и удобной для использования, экономичной с точки зрения требования к вычислительным ресурсам, а также должна характеризоваться высокой вычислительной эффективностью.

1.6 Методика определения гидравлического сопротивления

При движении среды внутри участка трубы часть ее полной энергии идёт на преодоление сил гидравлического сопротивления. Энергия при таком движении теряется безвозвратно и преобразуется в тепловую энергию. Величину, численно равную потере полной энергии на определённом участке, принято называть гидравлическими потерями на данном участке.

В общем случае потери полного давления (полной энергии) в системе могут быть выражены суммой двух членов, пропорциональных соответственно первой и второй степени скорости

$$\Delta p = k_1 \cdot u + k_2 \cdot u^2,$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты пропорциональности.

Если ввести величину коэффициента сопротивления по формуле Дарси — Вейсбаха

$$\zeta = \frac{\Delta p}{\rho \cdot u^2 / 2},$$

то, как и потери полного давления, он может быть выражен двумя слагаемыми:

1. $\zeta_{\text{кв}}$ – для области квадратичного сопротивления ($\Delta p \sim u^2$), определяет потери давления при высоких скоростях движения потока;

$$\zeta_{\text{кв}} = \frac{2k_2}{\rho}.$$

2. $\zeta_{\text{лин}}$ – для области линейного сопротивления ($\Delta p \sim u$), определяет потери давления при малых скоростях движения потока; $\zeta_{\text{лин}} = \frac{2k_1}{\rho u}$.

При малых скоростях потока в трубопроводе (при низких числах Рейнольдса) преобладает линейное слагаемое. При больших скоростях потока – квадратичное. Потоки жидкости и газов в промышленных трубопроводах, как правило, высокореинольдсовы. Поэтому при проектировании трубопроводов достаточно определить квадратичное слагаемое.

1.7 Акустика

Общие сведения об акустике

Акустика изучает физическую природу звука, его излучение и распространение в различных средах, а также явления, связанные со свойствами звуковых (акустических) волн. Акустические волны с частотами от 20 до 20000 Гц относятся к слышимым человеческим ухом. Волны с частотой ниже 20 Гц называются инфразвуком, с частотами от 20000 Гц – ультразвуком. Акустические волны в жидкостях и газах представляют собой возмущения давления, возникающие в упругой среде вследствие какой-либо ее деформации и передающиеся соседним участкам с определенной скоростью. Скорость распространения акустических волн называется скоростью звука. Деформация среды также вызывает изменения плотности, температуры и других термодинамических параметров. В присутствии волны частицы среды колеблются относительно своего исходного положения с колебательной скоростью v . Колебательная скорость отличается от скорости звука и от характерной скорости молекул среды. Для акустических возмущений величина колебательной скорости всегда гораздо меньше как скорости звука, так и среднеквадратичной скорости движения молекул.

Вывод уравнения для акустических волн в жидкостях и газах

Движение вязкой несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье — Стокса (1) и (2). В случае распространения акустических колебаний для давления и плотности жидкости мы можем записать соотношение

$$\begin{cases} p = p_0 + p', \\ \rho = \rho_0 + \rho', \end{cases} \quad (12)$$

где p_0 и ρ_0 – равновесные значения давления и плотности в среде, p' и ρ' – изменения давления и плотности, возникающие в процессе распространения звуковой волны. Произведем подстановку (12) в (1) и (2); уравнения примут более громоздкий вид, но в них появятся в явном виде члены, линейные по возмущениям p' и ρ' , квадратичные по возмущениям, а также нелинейные члены более высоких степеней. В акустических волнах $p' \ll p_0$, $\rho' \ll \rho_0$, нелинейные по возмущениям члены имеют более высокий порядок малости по сравнению с линейными и поэтому в первом приближении могут быть отброшены. В результате линеаризации уравнение неразрывности (1) будет записано в виде

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} v = 0. \quad (13)$$

Малость колебаний частиц жидкости в звуковой волне означает, что их амплитуда много меньше длины волны $a \ll \lambda$. Учитывая, что за время τ (характерный период колебаний) частицы жидкости проходят расстояние порядка амплитуды волны $\sim a$, скорость движения частиц будет $u \sim a/\tau$, производная от скорости по времени $\sim u/\tau$, а по координатам $\sim u/\lambda$, где λ – длина волны. Тогда $\left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| \gg |(v \cdot \nabla)v|$, и уравнение (2) примет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\nabla p'}{\rho_0} = \nu \Delta v + f. \quad (14)$$

Таким образом, в процессе распространения звуковой волны возникают смещения частиц с колебательной скоростью v , и возникает переменное

звуковое давление p' . Считая процесс распространения акустической волны адиабатическим:

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \rho' = c_s^2 \rho', \quad (15)$$

где c_s – скорость звука в среде, для идеального газа $c_s = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$, где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты, c_p и c_v – теплоемкости при постоянном давлении и объеме, соответственно. С учетом (15), дифференцируя (13) по времени и действуя оператором div на (14), из разности полученных уравнений получаем уравнение акустических волн (16)

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta p' = \Delta T, \quad (16)$$

где $T_{ij} = \rho v_i v_j + (p' - c_s^2 \rho') \delta_{ij} - \tau_{ij}$ – тензор Лайтхилла (отвечает за звуковые источники в акустическом поле), δ_{ij} – символ Кронекера, τ_{ij} – тензор вязких напряжений. На использовании этого уравнения основан один из подходов к вычислению акустики – метод FW-Н (Ffowcs Williams and Hawkings model). Этот метод базируется на аналогии Лайтхилла и позволяет оценить уровень звукового давления p' в дальнем поле [7].

Глава 2. Определение гидравлического сопротивления трубопроводной арматуры: сравнение с экспериментом

2.1 Описание детали трубопроводной арматуры

В качестве модели для проведения серии численных расчетов по определению гидравлического сопротивления выбрана задвижка клиновая АЕ00 123-4120/250-150/Т (см. рисунок 7). Материал корпуса задвижки – сталь 20. Расчетное давление составляет 12 МПа, расчетная температура 250°C, условный проход DN 150 мм.



Рисунок 7 – Испытание задвижки клиновой на рабочих параметрах

Схематичное изображение задвижки представлено на рисунке 8.

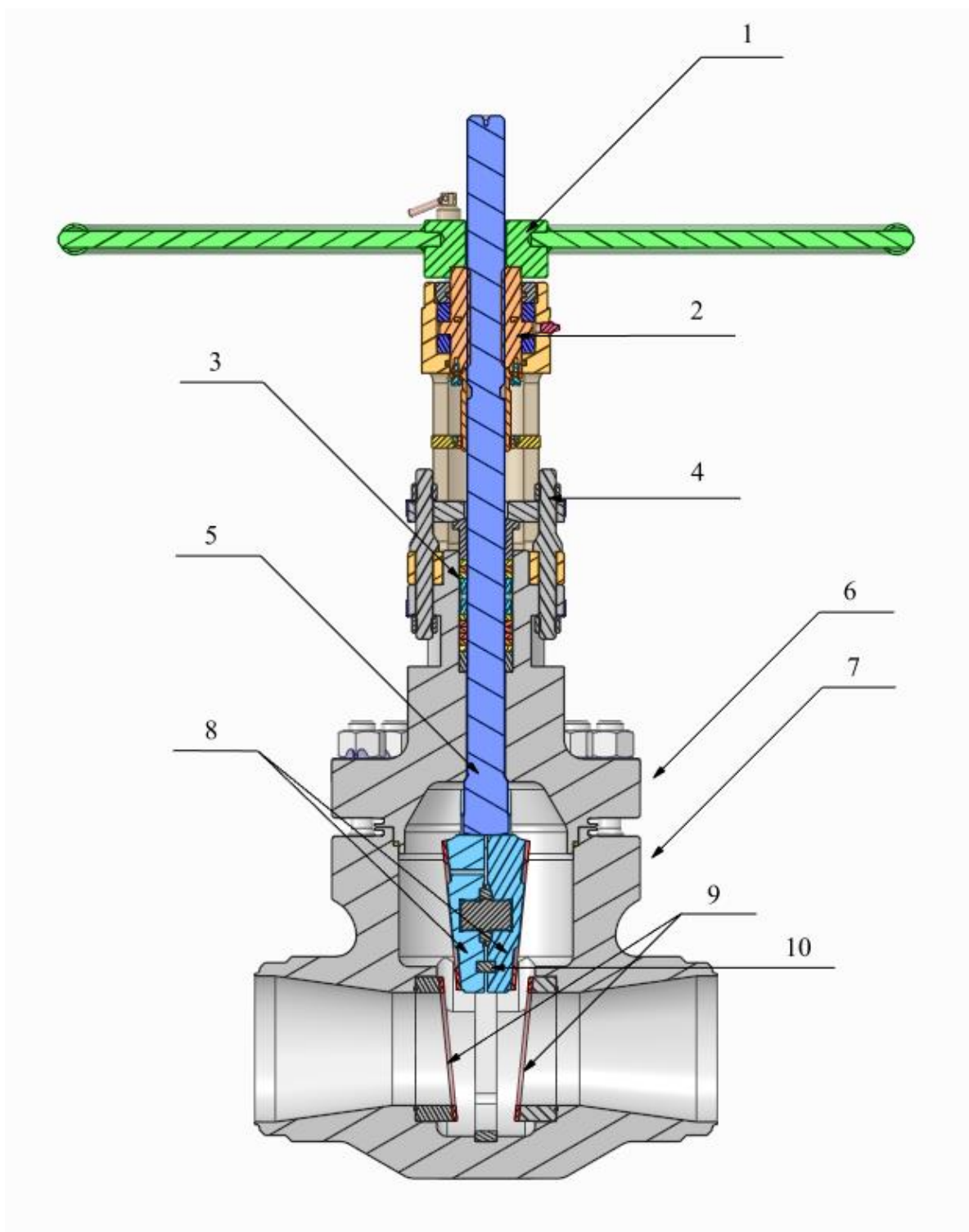


Рисунок 8 – Схема конструктивных частей задвижки.

Условные обозначения: 1 – маховик, 2 – гайка, 3 – сальниковая набивка, 4 – стойка, 5 – шток, 6 – крышка, 7 – корпус, 8 – полуклинья, 9 – седло, 10 – шпонка.

Задвижка имеет два рабочих положения: закрытое и открытое. Закрытие осуществляется опусканием клина. Основной частью задвижки является

корпус. К корпусу приварено седло с наплавленной уплотнительной поверхностью и направляющая клина. Сверху корпус закрывается крышкой. Сам клин состоит из двух полуклиньев, которые скручиваются и соединяются шпонкой. Для поднятия и опускания клина сверху расположен шток, которым можно управлять с помощью маховика через винтовую передачу. В данной работе вычисление коэффициента гидравлического сопротивления осуществляется при полном открытии запорного органа.

На рисунке 9 представлена схема рабочего участка для проведения испытаний задвижки по определению гидравлического сопротивления.



Рисунок 9 – Схема рабочего участка для проведения испытаний

Для численного определения коэффициента гидравлического сопротивления задвижки и сравнения его со значением, полученным экспериментально, расчет необходимо проводить с соблюдением требований и условий, в которых выполнялся эксперимент и которые количественно и качественно влияют на численный результат. Согласно ГОСТ Р 55508-2013 «Методика экспериментального определения гидравлических и кавитационных характеристик» [8]:

- Экспериментальное определение гидравлических характеристик следует проводить в области квадратичного сопротивления и при отсутствии кавитации, если испытания проводятся на воде.

- Для любого типа арматуры номинальных диаметров $DN \leq 250$ мм для всех значений хода h_i , либо углов поворота φ_i арматуры область квадратичного сопротивления наступает при числах Рейнольдса $Re_{кв} \geq 2 \cdot 10^4$. Отсутствие кавитации при всех значениях хода арматуры обеспечивается при давлении после арматуры $p > 0,3$ МПа.

- В качестве несжимаемой жидкости рекомендуется применять воду, а в качестве сжимаемой жидкости – воздух.

- При проведении испытаний температура испытательной среды до испытываемой арматуры должна быть:

- воды – $(20 \pm 15)^\circ\text{C}$;

- воздуха – $(25 \pm 20)^\circ\text{C}$.

- Испытательный участок стенда должен состоять из двух прямых отрезков сменных трубопроводов без дополнительных местных сопротивлений.

Длина прямых отрезков сменных трубопроводов стенда должна быть не менее двадцати номинальных диаметров на входе арматуры и не менее десяти номинальных диаметров на выходе.

Определение коэффициента сопротивления арматуры, кроме полнопроходных задвижек и кранов всех DN , рекомендуется проводить в следующей последовательности:

1. Установить испытываемую арматуру, соответствующую требованиям, предъявляемым к арматуре, поступающей на испытания, на испытательном участке стенда.

2. Установить запирающий элемент в положение полного открытия и зафиксировать в этом положении.

3. Отрегулировать арматурой стенда режим испытания изделия в соответствии с требованиями числа Рейнольдса $Re_{кв} \geq 2 \cdot 10^4$.

4. Рассчитать число Рейнольдса по формуле

$$Re = \frac{u \cdot DN}{\nu},$$

где $u = \frac{Q}{FN}$ – скорость течения среды, Q – объемный расход,

$FN = \frac{\pi \cdot DN^2}{4}$ – площадь проходного сечения арматуры.

5. В установившемся режиме (время выхода на режим не менее трех минут) провести измерение расхода среды, проходящей через арматуру, давления до арматуры и перепада давления на ней.

6. С помощью арматуры стенда увеличить или уменьшить расход при условии выполнения требований числа Рейнольдса $Re_{кв} \geq 2 \cdot 10^4$ так, чтобы перепад давления на испытуемой арматуре изменялся не менее, чем на 15%. Измерить расход и перепад давления. Изменение расхода следует проводить не менее пяти раз.

7. Рассчитать коэффициент сопротивления по формуле

$$\zeta = \frac{2\Delta p \cdot FN^2}{\rho Q^2}. \quad (17)$$

8. Провести статистическую обработку полученных экспериментальных данных.

Общие правила статистической обработки экспериментальных данных

Статистическая обработка экспериментальных значений любой гидравлической характеристики $x_1 \dots x_N$ проводится в следующей последовательности:

– рассчитать среднее арифметическое значение по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^N x_k}{N}, \quad (18)$$

где x_k – численное значение ζ ;

– рассчитать среднее квадратичное отклонение по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\bar{x} - x_k)^2}{N - 1}}; \quad (19)$$

– рассчитать нижнюю x_H и верхнюю x_B границы трехсигмового интервала по формулам

$$x_H = \bar{x} - 3 \cdot \sigma, \quad (20)$$

$$x_B = \bar{x} + 3 \cdot \sigma; \quad (21)$$

– исключить из массива экспериментальных данных «грубые» ошибки
– значения, выходящие за интервал $[x_H; x_B]$ и по оставшимся данным повторить расчет по формулам (18) — (21).

При определении численных значений коэффициента сопротивления серийных и опытных образцов арматуры статистическую обработку экспериментальных данных проводят в соответствии с общими правилами статистической обработки экспериментальных данных для каждого изделия отдельно. За коэффициент сопротивления каждого изделия принимают значение $\zeta = \zeta_B$, рассчитанное по формуле (21). За значение коэффициента сопротивления арматуры принимают большее из значений ζ_B , рассчитанных по формуле (21).

Другие требования и рекомендации к проведению испытаний арматуры можно найти в [8].

Для проведения численного расчета необходимо создать геометрическую модель, соответствующую требуемой методике.

2.2 Построение расчетной модели задвижки

Построение расчетной модели задвижки осуществлено средствами ANSYS SpaceClaim. Согласно ГОСТ Р 55508-2013 [8] длина прямых отрезков сменных трубопроводов стенда должна быть не менее двадцати номинальных диаметров на входе арматуры и не менее десяти номинальных диаметров на выходе, таким образом, продлена расчетная область. При подготовке

геометрической модели устранены имеющиеся зазоры и соединительные элементы исходной 3D-модели задвижки, не являющиеся необходимыми для учета в расчете. Из твердотельной модели выделена проточная часть, которая и составляет итоговую геометрическую расчетную модель. Проточная часть симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось патрубков, поэтому возможен расчет для одной половины с граничным условием симметрии. Расчетная модель проточной части задвижки представлена на рисунках 10, 11 и 12.



Рисунок 10 – Расчетная модель проточной части задвижки: общий вид

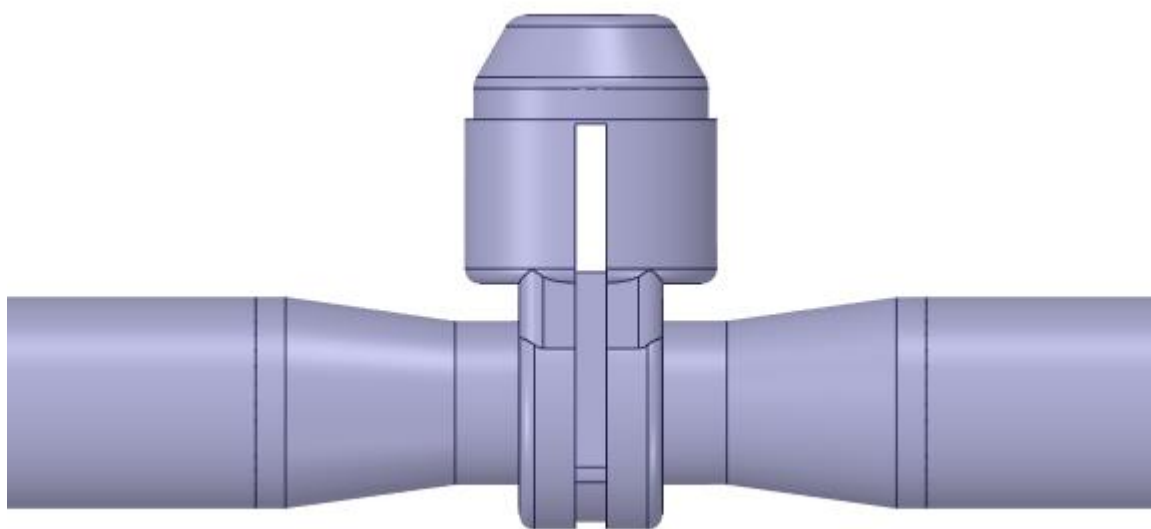


Рисунок 11 – Расчетная модель проточной части задвижки: задвижка

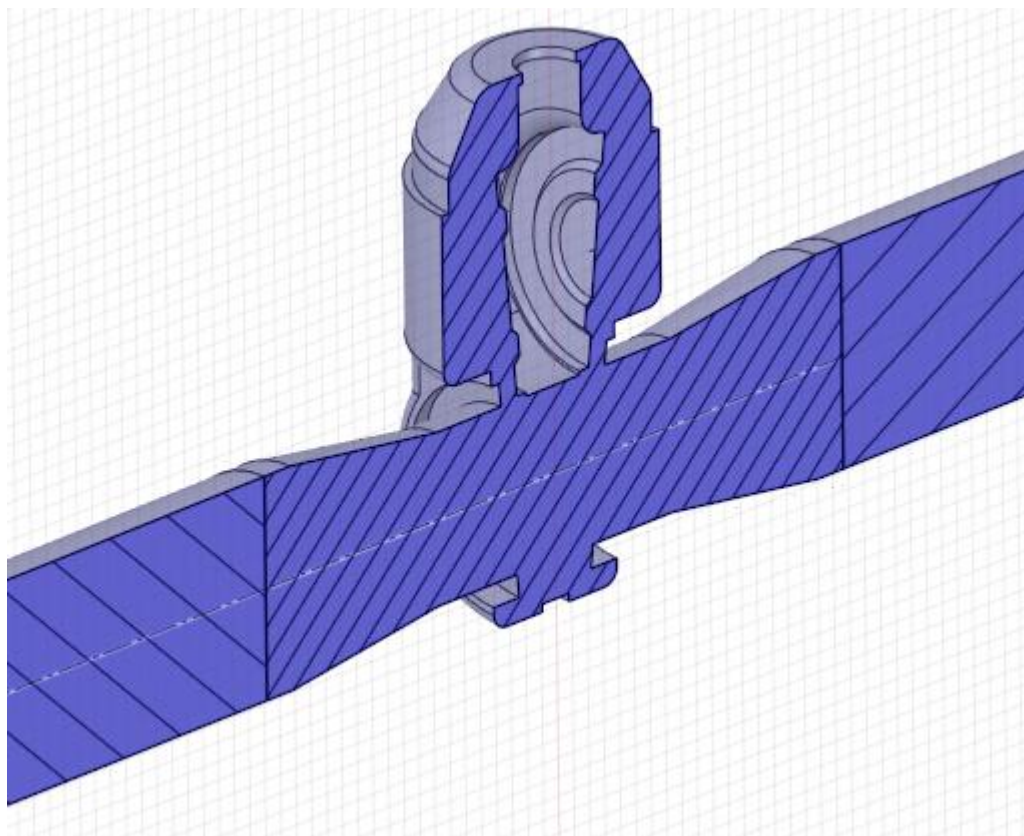


Рисунок 12 – Расчетная модель проточной части задвижки: задвижка в разрезе

2.3 Построение расчетной сетки

Построение расчетной сетки для расчетной модели задвижки осуществлено средствами ANSYS Meshing. Для качественного построения сетки принято решение разделить физический объем на ряд непересекающихся блоков таким образом, чтобы реализовать блочные структуры ячеек гексаэдрической формы там, где это возможно. Это необходимо для сокращения количества элементов сетки, для достижения лучшего качества элементов и, как следствие, для достижения лучших результатов расчета. Для этого применяется метод Multizone. Там, где построение блочно-структурированной сетки является затруднительным, осуществляется построение тетраэдрами, в дальнейшем использующимися для построения сетки из многогранных ячеек. Разрешение сетки подбирается исходя из газодинамических особенностей течения в той или иной области. Т.к. в соответствии с ГОСТ Р 55508-2013 [8] расчёты должны производиться для числа Рейнольдса $Re_{\text{кв}} \geq 2 \cdot 10^4$, что соответствует развитому

турбулентному режиму течения, для этого режима течения было подобрано значение y^+ и толщина первой ячейки призматических слоёв сетки на стенках трубы и задвижки.

Построение расчетной сетки выполнялось в соответствии с общими рекомендациями по критериям качества элементов. Особое влияние на точность и сходимость решения оказывает наличие элементов с низким значением критерия качества по ортогональности, а также элементов с большим значением критерия скошенности. Сеточные настройки подбирались таким образом, чтобы обеспечить минимальное количество таких элементов в расчётной модели. Общее количество элементов 802872. Расчетная сетка представлена на рисунках 13, 14 и 15.

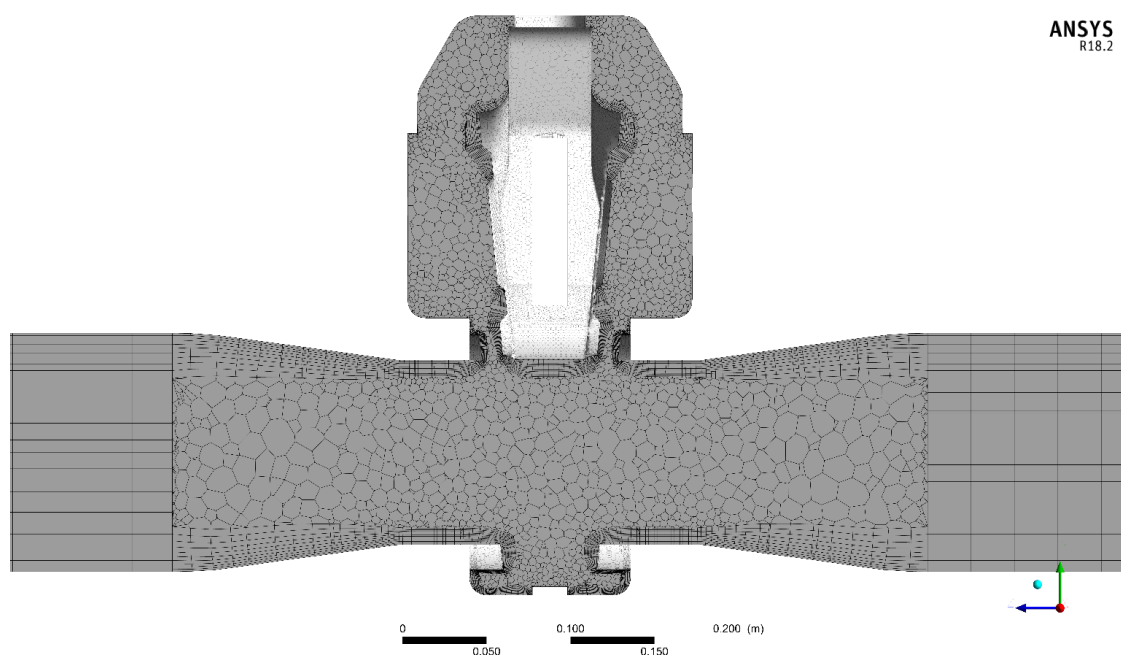


Рисунок 13 – Расчетная сетка: вид в сечении плоскостью OYZ

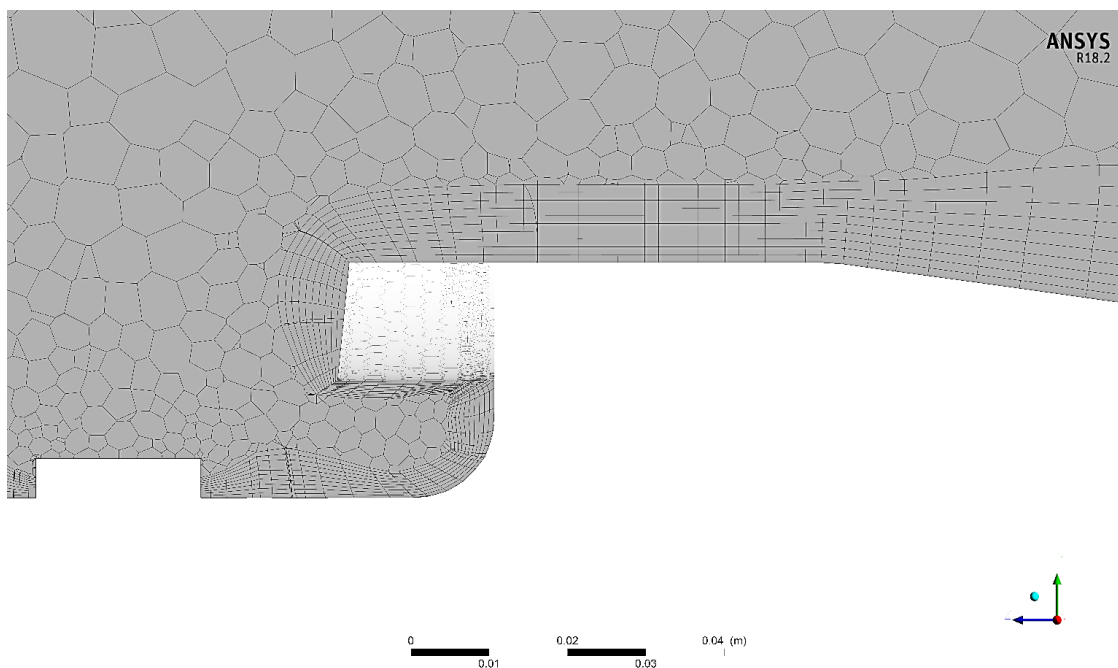


Рисунок 14 – Расчетная сетка: вид в сечении плоскостью OYZ, призматические слои на нижней поверхности

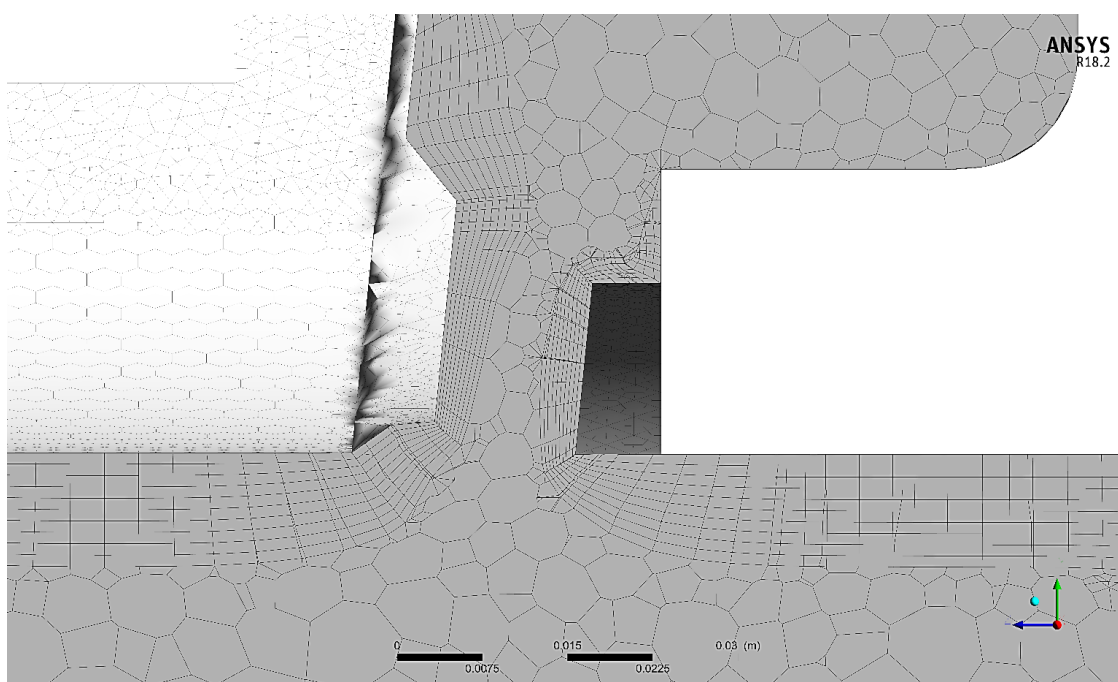


Рисунок 15 – Расчетная сетка, вид в сечении плоскостью OYZ, призматические слои на верхней поверхности

2.4 Постановка задачи и проведение расчета

Постановка задачи и дальнейший расчет выполнены с использованием ANSYS Fluent. Испытательной средой является вода с постоянной плотностью

998 кг/м³, температурой 15 °С и динамической вязкостью $1,003 \cdot 10^{-3}$ Па·с. В расчете используется $k - \omega$ SST модель турбулентности – эта модель турбулентности хорошо себя проявляет при моделировании внутренних течений, течений по искривленным каналам, а также струйных и отрывных течений. Так как поток среды в задвижке при измерении является установившимся, в численном расчете решается стационарная задача. На торцевой поверхности расчетной модели, соответствующей входному патрубку, задано граничное условие в виде потока среды с постоянной скоростью. Величина расхода выбрана с учётом выполнения требования ГОСТ Р 55508-2013 [8] $Re_{кв} \geq 2 \cdot 10^4$. Величина начальной интенсивности турбулентности на входе принята равной 3%. На торцевой поверхности расчетной модели, соответствующей выходному патрубку, задано граничное условие постоянного равного нулю давления, что физически соответствует открытому патрубку. На остальных поверхностях задаётся граничное условие в виде непроницаемых стенок. В соответствии с ГОСТ Р 55508-2013 [8] измерение расхода следует проводить не менее пяти раз. Значения объемного расхода, соответствующие им скорости и числа Рейнольдса представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Граничные условия на входе

№ п/п	Скорость на входе u , м/с	Число Рейнольдса Re	Объемный расход Q , м ³ /с
1	1,00	149700	$1,77 \cdot 10^{-2}$
2	1,15	172155	$2,03 \cdot 10^{-2}$
3	1,32	197604	$2,33 \cdot 10^{-2}$
4	1,53	229041	$2,70 \cdot 10^{-2}$
5	1,75	261975	$3,09 \cdot 10^{-2}$

Расчёт производится для каждого значения объемного расхода на входе. Использована схема инициализации Full MultiGrid (FMG). В качестве решателя выбран Pressure-Based Solver, численная схема Coupled Pseudo Transient. Противопоточные схемы второго порядка аппроксимации используются для вычисления импульса, кинетической энергии

турбулентности и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности. Схема второго порядка аппроксимации используется для давления. Для вычисления градиента применяется метод наименьших квадратов по значениям в ячейках. На рисунке 16 показаны графики изменения невязок от числа итераций для объемного расхода $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

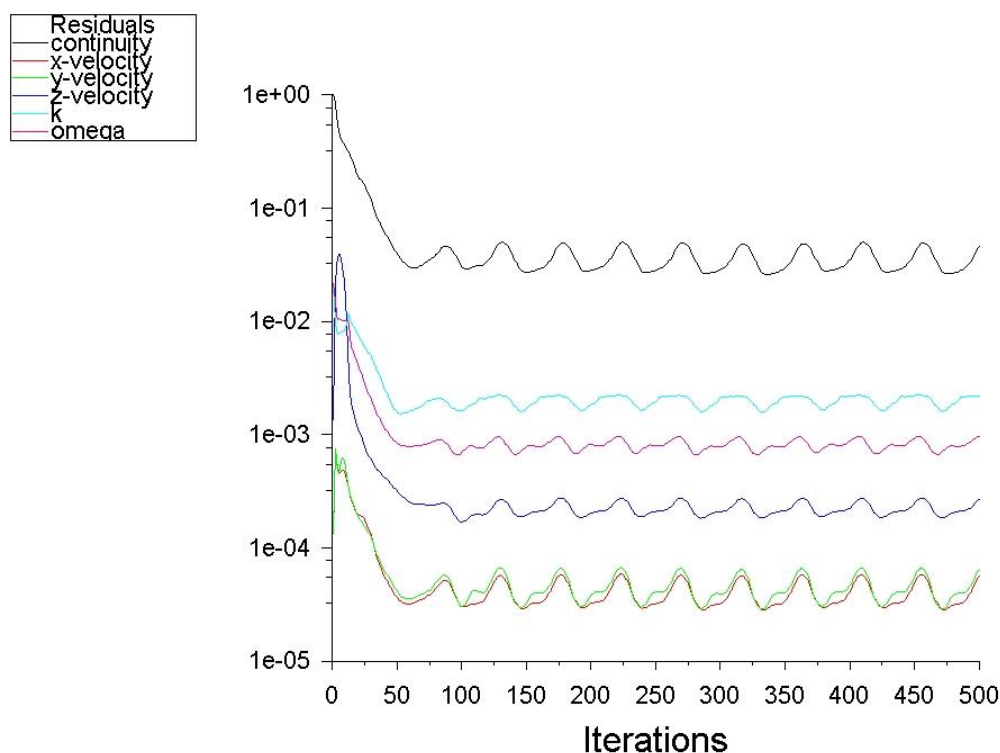


Рисунок 16 – Зависимость значений невязок различных интегральных параметров течения от числа итераций

Из представленной зависимости следует, что с увеличением числа итераций величина невязки стабилизируется периодической зависимостью, что свидетельствует о внутренней нестационарности процесса течения в задвижке (например, наличии периодического срыва вихрей). Несмотря на то, что решения нельзя назвать сошедшимся, стабилизация характера невязок позволяет провести статистическую оценку параметров течения. Стабилизация и уменьшение невязок – необходимое, но не достаточное условие сходимости решения. Сходимость оценивается по одному из

параметров течения среды, в данном случае по давлению на входе. На рисунке 17 представлен график зависимости значений давления на входе от числа итераций для объемного расхода $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

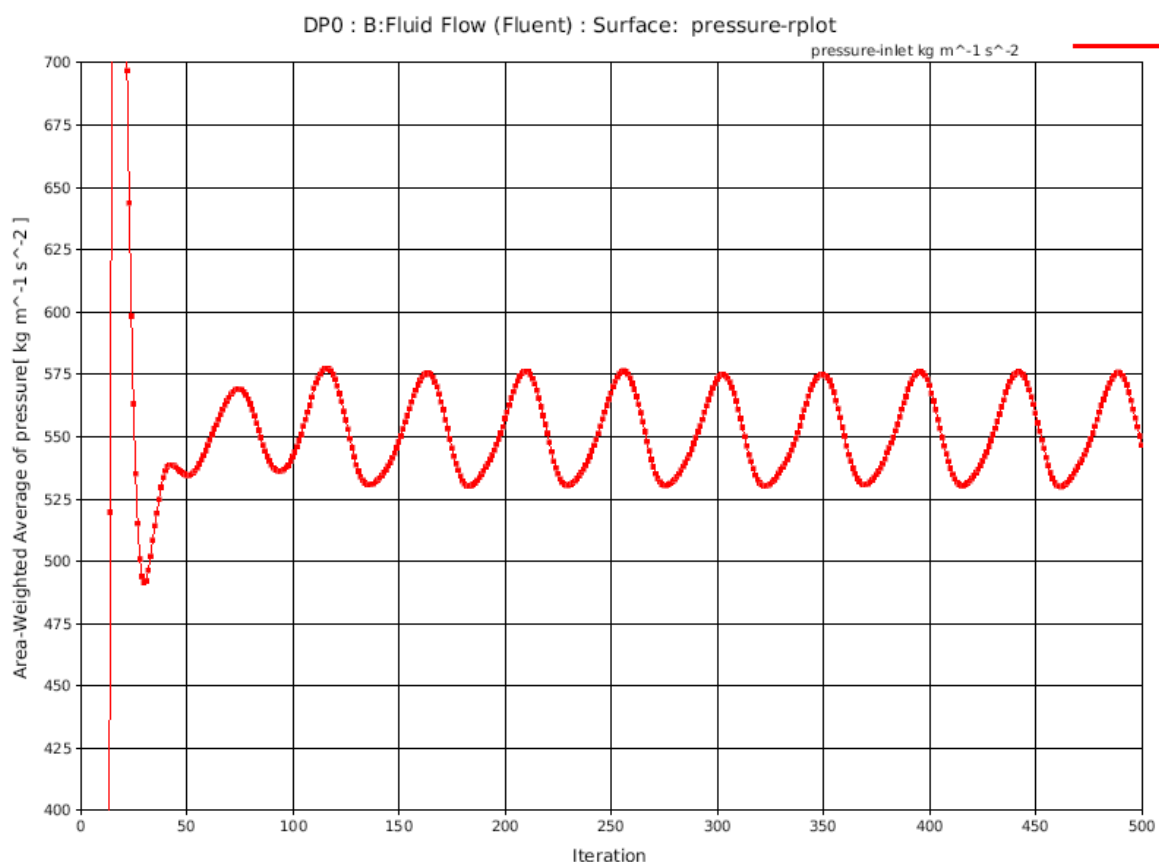


Рисунок 17 – Зависимость значений давления на входе от числа итераций

Представленная зависимость показывает, что после достижения определённого числа итераций давление на входе стабилизируется периодической зависимостью, что также свидетельствует о внутренней нестационарности процесса. Тем не менее, процесс можно считать условно сошедшимся. На рисунках 18 и 19 представлены поля давления и модуля скорости в плоскости симметрии при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

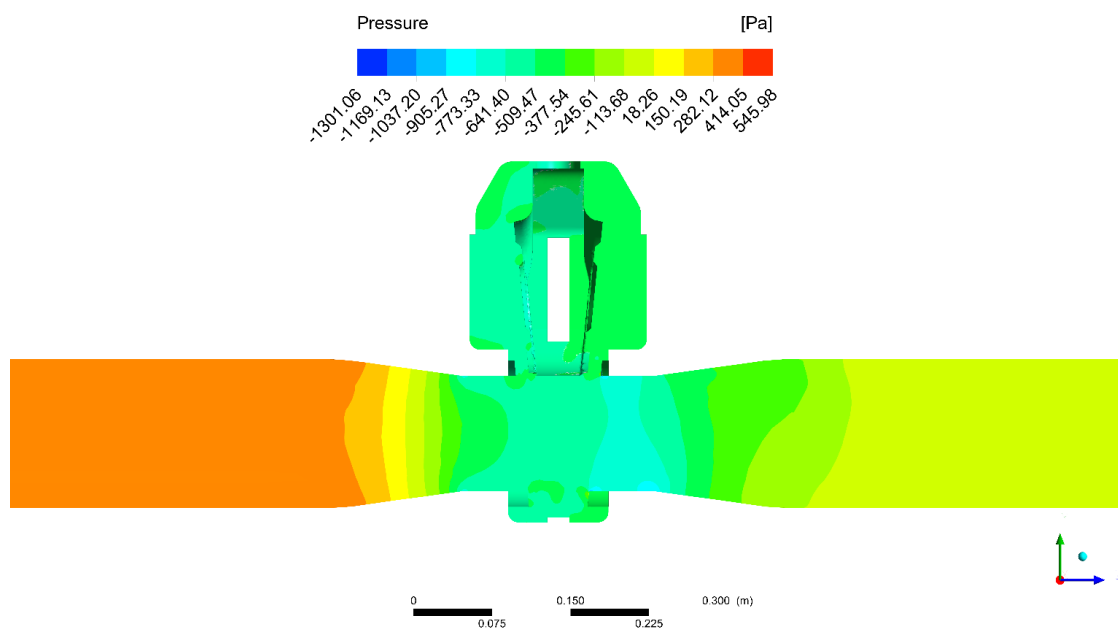


Рисунок 18 – Поле давлений в плоскости симметрии при объемном расходе
 $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$

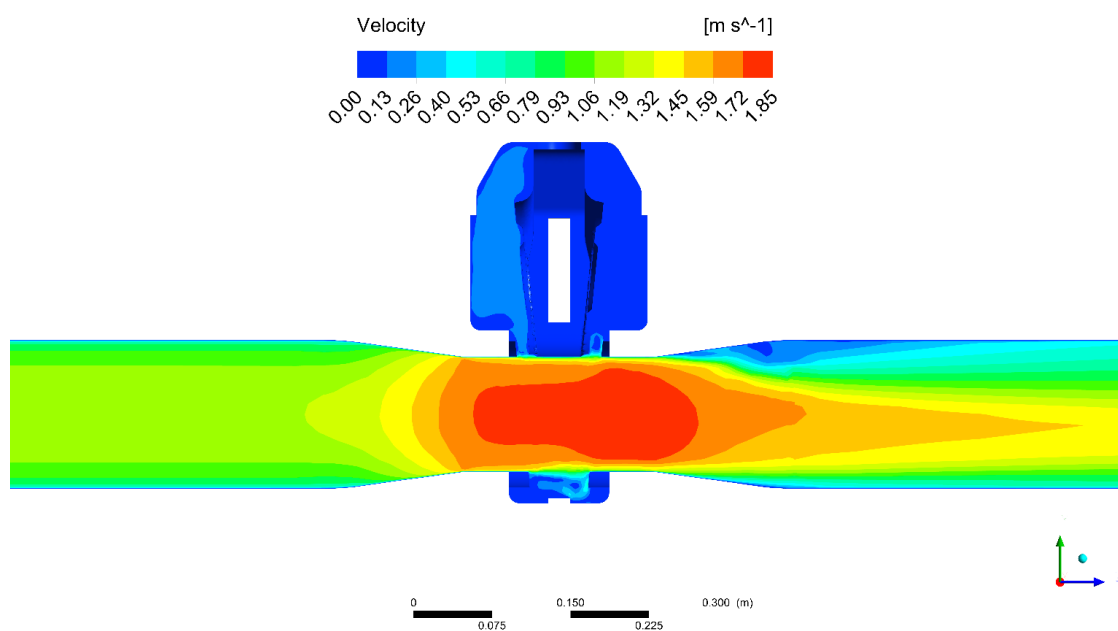


Рисунок 19 – Поле модуля скорости в плоскости симметрии при объемном расходе
 $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$

Результаты расчета приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты расчета падения давления

№ п/п	Скорость на входе u , м/с	Объемный расход Q , м ³ /с	Падение давления Δp , Па
1	1,00	$1,77 \cdot 10^{-2}$	528,72
2	1,15	$2,03 \cdot 10^{-2}$	745,01
3	1,32	$2,33 \cdot 10^{-2}$	995,50
4	1,53	$2,70 \cdot 10^{-2}$	1354,82
5	1,75	$3,09 \cdot 10^{-2}$	1780,70

2.5 Определение коэффициента гидравлического сопротивления и статистическая обработка данных

Задачей расчёта является определение коэффициента гидравлического сопротивления. Результаты расчета согласно формуле (17) представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты расчета коэффициента гидравлического сопротивления системы

№ п/п	Скорость на входе u , м/с	Объемный расход Q , м ³ /с	Коэффициент гидравлического сопротивления системы ζ
1	1,00	$1,77 \cdot 10^{-2}$	1,06
2	1,15	$2,03 \cdot 10^{-2}$	1,13
3	1,32	$2,33 \cdot 10^{-2}$	1,15
4	1,53	$2,70 \cdot 10^{-2}$	1,16
5	1,75	$3,09 \cdot 10^{-2}$	1,17

Обработка полученных результатов проводится согласно общим правилам статистической обработки экспериментальных данных по формулам (18) — (21). Результаты статистической обработки данных представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Статистическая обработка результатов

Коэффициент сопротивления ζ	Среднее арифметическое значение коэффициента сопротивления	Среднеквадратич- ное отклонение значения гидравлического сопротивления	Нижняя граница трёхсигмо- вого интервала	Верхняя граница трёхсигмового интервала
1,06	1,13	0,04	1,00	1,26
1,13				
1,15				
1,16				
1,17				

По результатам статистической обработки значения коэффициента гидравлического сопротивления находятся в пределах трёхсигмового интервала, поэтому повторный расчёт не проводится.

2.6 Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными

Для того, чтобы сделать вывод о точности численного моделирования и его преимуществах перед экспериментом, необходимо сравнить полученное численно значение коэффициента гидравлического сопротивления задвижки с экспериментальными данными, представленные в таблице 5.

Таблица 5 – Измерения и расчеты по определению коэффициента гидравлического сопротивления задвижки клиновой АЕ00 123-4120/250-150/Т

№ п.п.	Т °С	$\Delta P_{кл.}$ кгс/см ²	Q м ³ /час	$Re \times 10^4$ —	ξ —	$\xi_{ср.}$ —
1	14,9	0,073	239	77,7	1,016	1,13
2	15,0	0,059	209	67,6	1,102	
3	15,2	0,043	195	63,4	1,043	
4	15,6	0,042	172	55,9	1,087	
5	15,8	0,030	147	48,3	1,136	
6	15,9	0,021	121	40,2	1,165	
7	16,1	0,041	176	58,8	1,121	
8	16,3	0,047	195	64,7	1,016	
9	16,4	0,057	206	69,0	1,096	
10	16,8	0,063	218	73,5	1,073	
11	17,2	0,078	254	84,9	0,992	

Значение коэффициента гидравлического сопротивления, определенное в результате численного моделирования, совпадает с результатами эксперимента, что позволяет сделать вывод о хорошей точности расчета и проводить дальнейшие исследования, будучи уверенными в их достоверности.

Глава 3. Определение гидравлического сопротивления трубопроводной арматуры: внутреннее сравнение при использовании различных моделей

3.1 Исследование сеточной сходимости

Для исследования влияния размера ячеек расчетной сетки на решение поставленной задачи и определяемое в результате значение коэффициента гидравлического сопротивления проведена серия расчетов на разных сетках с сохранением ранее используемых настроек ANSYS Fluent, начальных и граничных условий. Для всех расчетов достигнута сходимость, стабилизированы поля скоростей и давлений.

Пусть M – исходный масштаб расчетной сетки. В таблице 6 представлены коэффициенты гидравлического сопротивления, определенные в результате расчетов на сетках $0,6M$, $0,4M$, $0,3M$, M и $1,5M$ при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

Таблица 6 – Результаты расчета коэффициента гидравлического сопротивления на разных сетках при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$

№ п/п	Масштаб сетки	Количество элементов	Коэффициент гидравлического сопротивления системы ζ
1	$1,5M$	527771	1,22
2	M	802872	1,06
3	$0,6M$	887653	1,17
4	$0,4M$	1301445	1,06
5	$0,3M$	1928776	1,12

Все полученные значения находятся в пределах трехсигмового интервала, определенного по значениям коэффициента гидравлического сопротивления для разных скоростей и объемных расходов, однако корреляция между размером сетки и стремлением ζ к среднему арифметическому значению не выявлена.

3.2 Постановка симметричной задачи

Так как проточная часть симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось патрубков, возможен расчет для одной половины с граничным условием симметрии. Вид расчетной геометрической модели для этого случая представлен на рисунке 12. Произведена серия расчетов на разных сетках с сохранением ранее используемых настроек ANSYS Fluent, начальных и граничных условий, кроме граничного условия на секущей плоскости (на ней задано граничное условие симметрии: равенство нулю градиентов всех величин и нормальной компоненты скорости). Для всех расчетов достигнута сходимость, стабилизированы поля скоростей и давлений. Пусть M – исходный масштаб расчетной сетки. В таблице 7 представлены коэффициенты гидравлического сопротивления, определенные в результате расчетов симметричной задачи на сетках $0,7M$, $0,4M$ и M при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

Таблица 7 – Результаты расчета коэффициента гидравлического сопротивления симметричной задачи на разных сетках при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$

№ п/п	Масштаб сетки	Количество элементов	Коэффициент гидравлического сопротивления системы ζ
1	M	425745	1,20
2	$0,7M$	592017	1,11
3	$0,4M$	1044700	1,13

Полученные значения находятся в пределах трехсигмового интервала, определенного по значениям коэффициента гидравлического сопротивления для разных скоростей и объемных расходов. Наблюдается сеточная сходимость; значение коэффициента гидравлического сопротивления, полученное на мелкой сетке, совпадает со значением, полученным экспериментально, поэтому для экономии вычислительных ресурсов целесообразно решать поставленную задачу в симметричной постановке.

3.3 Смена используемой модели турбулентности

Существует множество различных моделей турбулентности, и каждая из них имеет свои особенности. Даже в рамках применимости при решении одного и того же класса задач разные модели могут вносить изменения в получаемое решение. Так, наряду с $k - \omega$ моделями турбулентности широко распространены и используются $k - \varepsilon$ модели турбулентности. Эти модели являются также двухпараметрическими, но вместо уравнения переноса удельной скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ω в них решается уравнение переноса скорости диссипации кинетической энергии ε . Они надежны, обладают быстрой сходимостью и низкими требованиями к объему памяти, что делает их востребованными при решении промышленных задач. Однако они недостаточно точны при моделировании течений в области с искривленной геометрией, а также струйных и отрывных течений, в которых необходимо точное предсказание точек переприсоединения пограничного слоя.

Для исследования влияния смены модели турбулентности на результат проведен расчет с использованием Realizable $k - \varepsilon$ модели турбулентности и сохранением остальных ранее используемых настроек ANSYS Fluent, начальных и граничных условий. На рисунке 20 показаны графики изменения невязок от числа итераций для объемного расхода $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

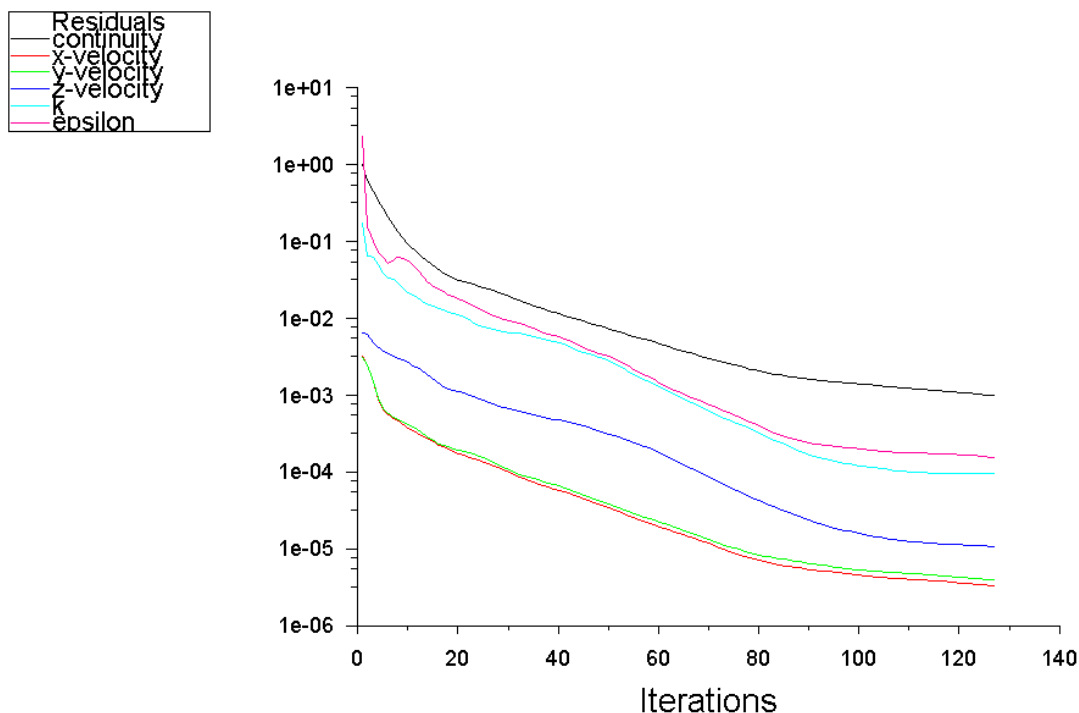


Рисунок 20 – Зависимость значений невязок различных интегральных параметров течения от числа итераций

Из представленной зависимости следует, что с увеличением числа итераций величина невязки уменьшается, что свидетельствует о сходимости решения. Стабилизация и уменьшение невязок — необходимое, но не достаточное условие сходимости решения. Сходимость оценивается по одному из параметров течения среды, в данном случае по скорости на выходе. На рисунке 21 представлен график зависимости значений скорости на выходе от числа итераций для объемного расхода $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

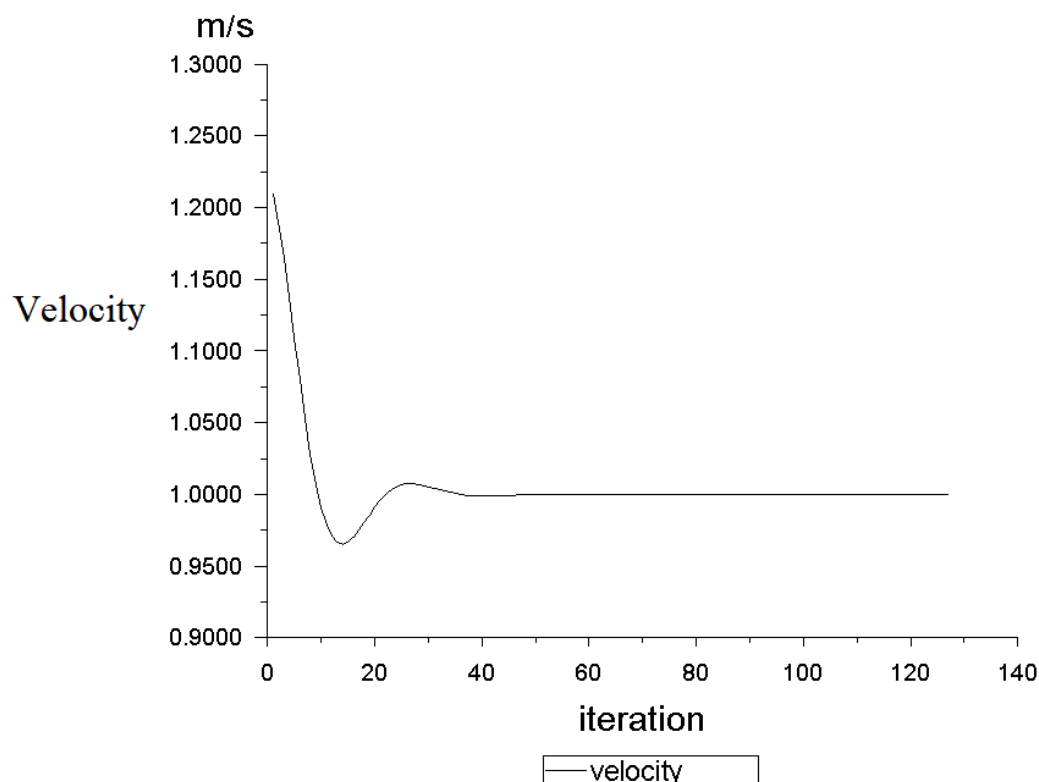


Рисунок 21 – Зависимость значений скорости на выходе от числа итераций

Представленная зависимость показывает, что после достижения определённого числа итераций скорость на выходе не меняется от итерации к итерации. Это свидетельствует о сходимости решения.

В таблице 8 представлены коэффициенты гидравлического сопротивления, определенные в результате расчетов с использованием $k - \omega$ SST и Realizable $k - \varepsilon$ моделей турбулентности при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

Таблица 8 – Результаты расчета коэффициента гидравлического сопротивления с использованием $k - \omega$ SST и Realizable $k - \varepsilon$ моделей турбулентности при объемном расходе $Q = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$

№ п/п	Используемая модель турбулентности	Коэффициент гидравлического сопротивления системы ζ
1	$k - \omega$ SST	1,13
2	Realizable $k - \varepsilon$	0,87

Полученное с использованием Realizable $k - \varepsilon$ модели турбулентности значение коэффициента гидравлического сопротивления значительно ниже экспериментального значения и значения, полученного с использованием $k - \omega$ SST модели, что делает модель Realizable $k - \varepsilon$ непригодной для предсказания и определения гидравлических характеристик трубопроводной арматуры.

3.4 Методология численного определения коэффициента гидравлического сопротивления запорной арматуры

По результатам проведенных расчетов для численного определения коэффициента гидравлического сопротивления можно сформулировать некоторые выводы, рекомендации и методологию решения подобных задач в рамках промышленного масштаба:

Численное моделирование показывает хороший и достаточно точный результат при корректной постановке задачи. CFD-моделирование хорошо справляется с задачей предсказания характеристик трубопроводной арматуры во избежание необходимости проведения эксперимента.

При выборе модели турбулентности следует ориентироваться на модели группы $k - \omega$. Двухпараметрические модели турбулентности показывают хороший результат при моделировании турбулентного режима течения среды, когда не требуется подробное вихреразрешение, не требуя большого количества вычислительных ресурсов. Среди моделей этой группы $k - \omega$ модели показывают наиболее точный результат, поскольку они лучше приспособлены к предсказанию течения в каналах, а также с локальным срывом вихрей.

При постановке задачи можно ограничиться симметричной моделью с умеренно подробной сеткой без потери точности. Полученные

таким образом значения коэффициента гидравлического сопротивления совпадают с экспериментально полученным значением.

Глава 4. Определение шумовых характеристик системы на примере модельной задачи

4.1 Построение расчетной модели

Геометрия модели получена упрощением геометрии задвижки клиновой средствами ANSYS SpaceClaim. Расчетная модель для задачи исследования акустики представлена на рисунках 22 и 23.

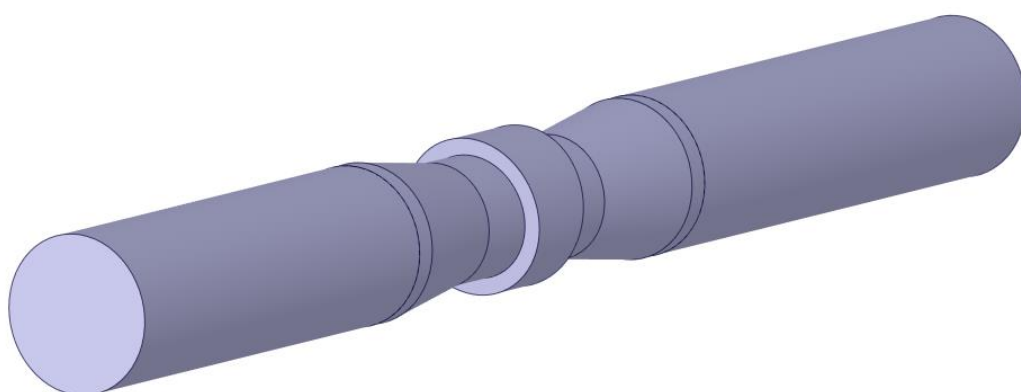


Рисунок 22 – Расчетная модель: общий вид

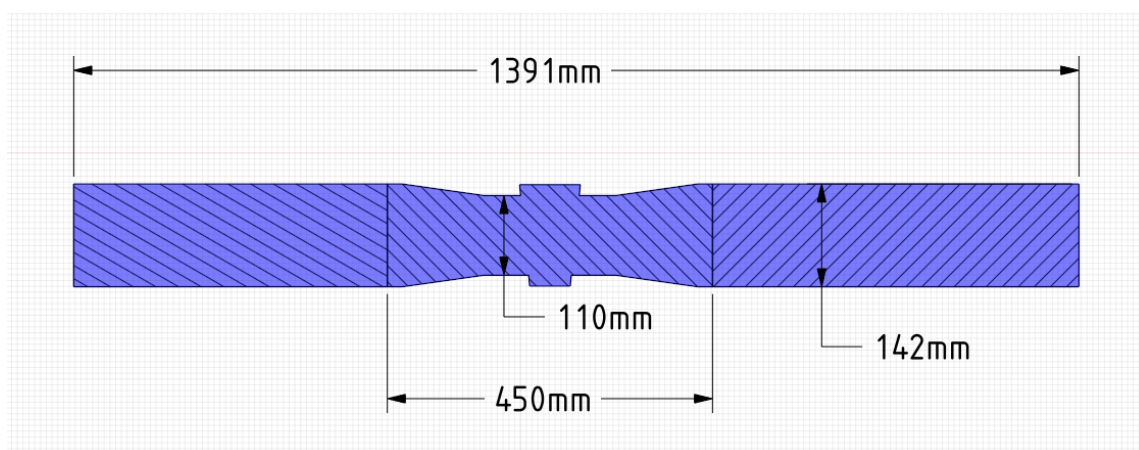


Рисунок 23 – Расчетная модель: вид в разрезе

4.2 Построение расчетной сетки

Построение расчетной сетки для расчетной модели задачи исследования акустики задвижки осуществлено средствами ANSYS Meshing. Физический

объем разделен на несколько частей таким образом, чтобы реализовать блочные структуры ячеек гексаэдрической формы там, где это возможно. Это необходимо для сокращения количества элементов сетки, для достижения лучшего качества элементов и, как следствие, для достижения лучших результатов расчета. Для этого применяется метод Multizone. Там, где построение блочно-структурированной сетки является затруднительным, осуществляется построение тетраэдрами, в дальнейшем использующимися для построения сетки из ячеек в форме произвольных многогранников. Осуществлено построение призматических слоев ячеек вблизи стенок для разрешения пограничного слоя.

Для задач, целью которых является исследование акустики, необходимо применять вихреразрешающие модели турбулентности. В связи с этим размер элементов подбирался таким образом, чтобы сетка соответствовала характерному масштабу турбулентных вихрей инерционного интервала энергетического спектра турбулентности для возможности использования таких методов [9].

Построение расчетной сетки выполнялось в соответствии с общими рекомендациями по критериям качества элементов. Особое влияние на точность и сходимость решения оказывает наличие элементов с низким значением критерия качества по ортогональности, а также элементов с большим значением критерия скошенности. Сеточные настройки подбирались таким образом, чтобы обеспечить минимальное количество таких элементов в расчётной модели. Общее количество элементов 625300. Расчетная сетка представлена на рисунках 24 и 25.

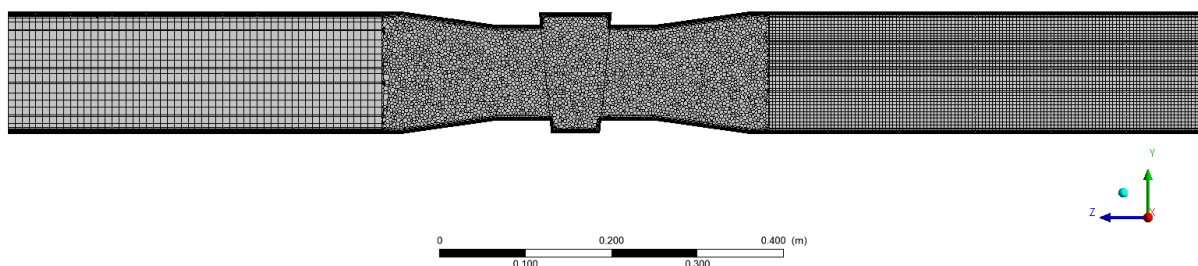


Рисунок 24 – Расчетная сетка: вид в сечении плоскостью OYZ

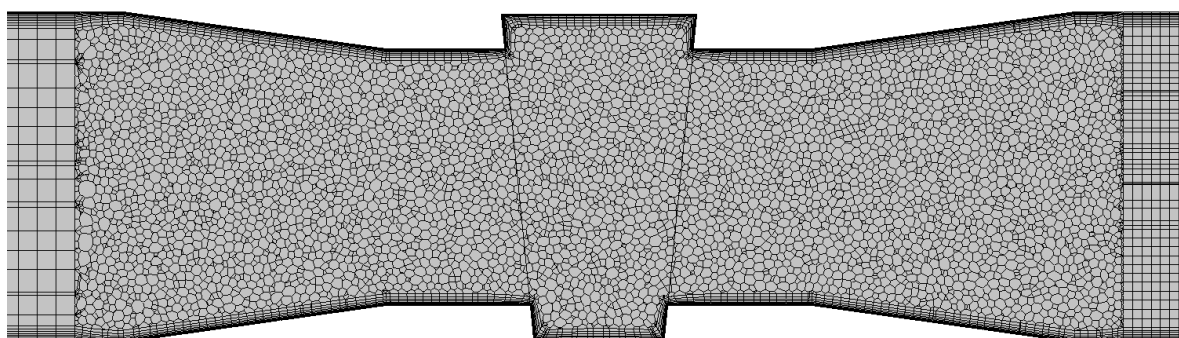


Рисунок 25 – Расчетная сетка: вид в сечении плоскостью OYZ, призматические слои в центральном объеме

4.3 Постановка задачи и проведение расчета

Постановка задачи и дальнейший расчет выполнены с использованием ANSYS Fluent. Испытательной средой является вода с постоянной плотностью 998 кг/м^3 , температурой $15 \text{ }^\circ\text{C}$ и динамической вязкостью $1,003 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$. На торцевой поверхности, соответствующей входному патрубку, задано граничное условие постоянной скорости, равной 1 м/с . На торцевой поверхности расчетной модели, соответствующей выходному патрубку, задано граничное условие постоянного равного нулю давления, что физически соответствует открытому патрубку. На остальных поверхностях задаётся граничное условие в виде непроницаемых стенок.

В качестве решателя выбран Pressure-Based Solver, численная схема Non-Iterative-Time-Advanced Fractional Time Step. Противопоточные схемы

второго порядка аппроксимации используются для вычисления кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности. Схема второго порядка аппроксимации используется для давления. Ограниченная центрально-разностная схема используется для вычисления импульса. Для вычисления градиента применяется метод наименьших квадратов по значениям в ячейках.

В расчете используется $k - \omega$ SST модель турбулентности для получения стационарного решения в качестве начального поля перед использованием вихреразрешающей SBES модели в нестационарной постановке. Смена моделей турбулентности происходит спустя то время, за которое среда, движущаяся со скоростью, равной скорости на входной границе, проходит два раза характерную длину расчетной области. Это необходимо для развития вихревых структур. Шаг по времени подбирается в зависимости от числа Куранта таким образом, чтобы в расчетной области значение числа Куранта не превышало единицы. Таким образом, при использовании неитеративной численной схемы Non-Iterative-Time-Advanced Fractional Time Step не происходит накопления численной ошибки.

Далее расчет идет определенное количество временных шагов с записью полей давлений на стенках расчетного объема. Характерный шаг по времени (около 0.00006 с) и количество этих временных шагов (около 100000) подбираются исходя из необходимости наличия минимум 5 временных точек на период с максимальной звуковой частотой. Время накопления данной статистики соответствует 4 периодам минимальной звуковой частоты 20Гц.

Выполняется преобразование Фурье накопленной временной статистики на стенках и переход в частотную область. По данным преобразования вычисляются уровни звукового давления на стенках расчетного объема в октавных диапазонах (см. рисунок 26 и 27).

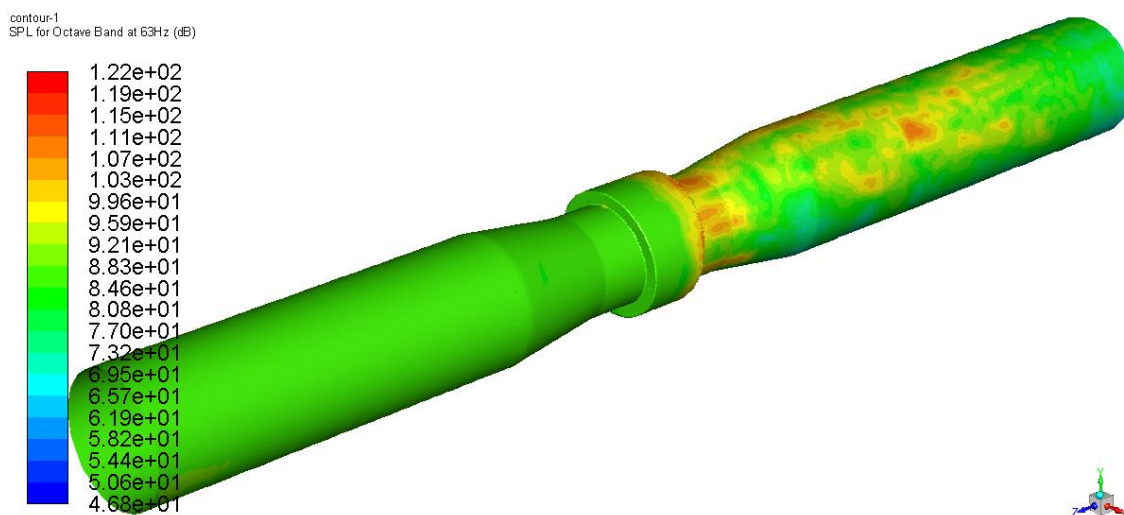


Рисунок 26 – Распределение уровня звукового давления на поверхности стенок, дБ, в октавном диапазоне с центральной частотой 63 Гц

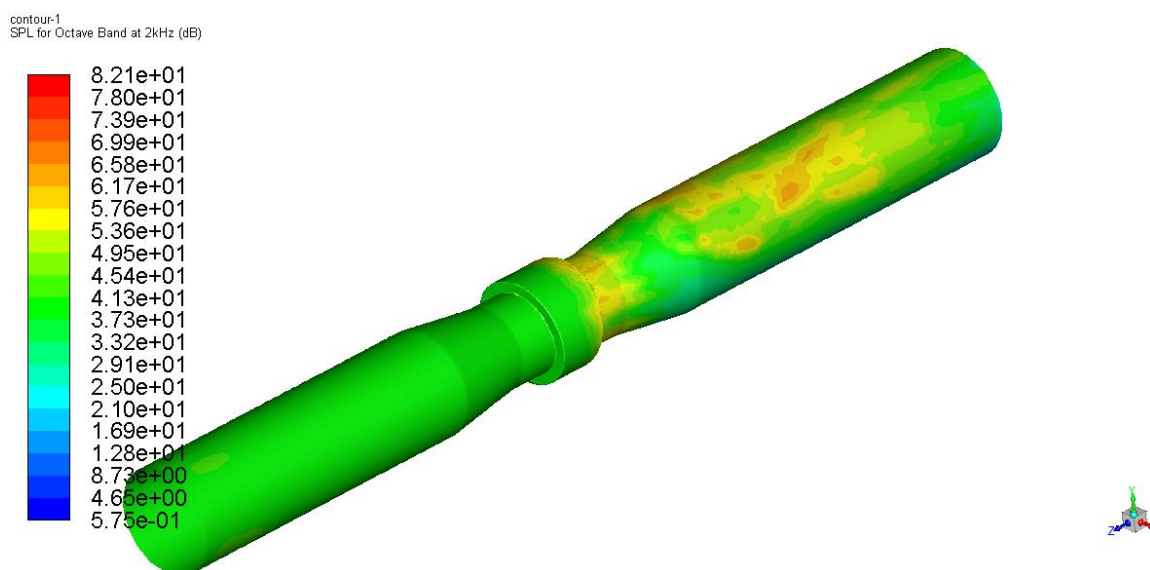


Рисунок 27 – Распределение уровня звукового давления на поверхности стенок, дБ, в октавном диапазоне с центральной частотой 2 кГц

С использованием метода FW-N происходит оценка уровня звукового давления в точках, расположенных вне расчетной области на некотором расстоянии от оси трубопровода. Например, в данном расчете на расстоянии 2 м эта величина составила 43 дБ. Однако, расчет звукового давления методом FW-N не учитывает наличие металлической стенки арматуры, препятствующей распространению акустических волн, поэтому оценку уровня звукового

давления методом FW-Н можно считать консервативной (завышенной). Для более точной оценки уровня звукового давления полученные преобразованием Фурье распределения амплитуд звукового давления можно передать как граничные условия в гармоническую акустическую задачу в ANSYS Mechanical, позволяющий выполнять совместный расчет механики деформируемого твердого тела и акустики. Для разрешения всех звуковых частот в таком расчете потребуется создание конечно-элементной сетки с характерным размером области, равным половине длине волны на минимальной звуковой частоте 20 Гц (то есть примерно 9 м) с характерным размером сетки, примерно равным 3,5 мм (для разрешения самой короткой длины волны на частоте 20 кГц как минимум пятью точками по пространству). Количество элементов такой сетки будет составлять около 1,5 миллиардов. При этом необходимо выполнение расчета для каждой частоты в диапазоне 20 Гц – 20 кГц с шагом 5 Гц.

Несмотря на то, что построенная сетка является достаточной для применения вихреразрешающих моделей турбулентности, модельная геометрия по сложности не соответствует конфигурации проточной части арматуры. Таким образом, для разрешения вихрей в проточной части реальной арматуры потребовалась бы сетка много большего размера по количеству элементов. Суммарное время расчета модельной задачи на персональном компьютере является достаточно продолжительным для получения необходимых результатов (около 110 часов), поэтому проведение исследования акустики реальной арматуры в данный момент не является целесообразным и не оправдывает причин необходимости численного моделирования.

Заключение

В настоящей работе решены поставленные задачи. Определено гидравлическое сопротивление клиновой задвижки с применением CFD-моделирования. В результате сравнения полученного значения с экспериментальным можно сделать вывод о хорошей точности численного моделирования при решении подобных задач. Исследование различных методов решения и сравнение полученных с их помощью результатов между собой показало, что при выборе модели турбулентности следует использовать модели группы $k - \omega$, а также возможна постановка симметричной задачи с умеренно подробной сеткой без потери точности.

Определение уровня звукового давления системы на примере модельной задачи показало, что применение численного моделирования для определения шумовых характеристик реальной трубопроводной арматуры в данный момент не является целесообразным.

Список используемой литературы

1. Ferziger J. H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. 3., rev. ed. - Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer, 2002. 423 p.
2. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х томах. М.: Мир, 1990. 384с.
3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150с.
4. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 544 с.
5. Chung T. J. Computational fluid dynamics, Cambridge university press, 2002. 1012 p.
6. Rhie C. M., Chow W. L. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation // AIAA J., 1983. Vol. 21(11), P. 1525–1532.
7. Ffowcs Williams J. E., Hawkings D. L. Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1969. Vol. 264, No. 1151. P. 321-342.
8. ГОСТ Р 55508-2013 <http://docs.cntd.ru/document/1200104261>
9. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 368 с.